

Minimális bithibaarány-stratégián alapuló közel optimális csatornakiégnyelítés statisztikai mintavételezéssel

KOVÁCS LÓRÁNT, LEVENDOVSKY JÁNOS

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Híradástechnikai Tanszék
{kovacs,levendov}@hit.bme.hu

Lektorált

Kulcsszavak: csatornakiégnyelítés, adaptív algoritmusok, Monte-Carlo szimuláció, statisztikus mintavételezés

A cikk új csatornakiégnyelítő algoritmust vezet be, a vezeték nélküli összeköttetésekben fellépő szelektív fading jelenségek kompenzálására. A keskenysávú átvitel során fellépő szelektív fading súlyos minőségromlást okozhat, amely jelentősen rontja a bithibaarányt. Az új algoritmus a kiegyenlítő szabad paramétereit közvetlenül a bithibaarány, mint költségfüggvény alapján optimalizálja, így a tradicionális eljárásoknál (amelyek csak szuboptimális célfüggvények alapján működnek, mint például négyzetes hiba, vagy csúcstorzítás) sokkal jobb hatások érhetőek el. Azonban a bithibaarány direkt minimalizálása exponenciális komplexitáshoz vezet, amelyet új statisztikai mintavételezésen alapuló algoritmusokkal lehet elkerülni, amelyekkel lehetővé válik a kiegyenlítő polinomiális komplexitású történő optimalizálása. Így hatékony és egyben valós idejű kiégnyelítés biztosítható, valamint előírt minőségű szolgáltatás nyújtható a többutas terjedésből fakadó mélyfading esetén is. Ez hozzájárul a spektrális kihasználtság további növeléséhez, amely a jelenlegi vezeték nélküli kommunikációs technológiák egyik alapvető szűk keresztmetszete.

1. Bevezetés

Napjainkban ugrásszerűen megnőtt a szélessávú, vezeték nélküli mobil digitális adatátvitel iránti igény. Mivel a rendelkezésre álló fizikai sáv szélesség véges (és rendkívül drága), ezért a rendszerek spektrális kihasználtságának a növelése a cél, azaz az 1 Hz nominális sáv szélességen adott minőség mellett megvalósítható adatátviteli sebesség maximalizálása. A keskenysávú kommunikáció azonban nagyon érzékeny a többutas terjedésből fakadó fadingjelenségekre, amelyek súlyos lineáris torzításokat okozhatnak. Ennek csökkentése különös fontosságú a mobil rendszerekben, melyek napjainkban két irányban fejlődnek: egyrészt a jövő 3G-rendszerei CDMA-alapúak; másrészt a jelenlegi 2G (GSM, IS-136) rendszereket fejlesztik tovább oly módon, hogy a meglévő technológia segítségével nagyobb sáv szélességű szolgáltatásokat lehessen nyújtani [1].

Ez utóbbi megoldások alapja a 2G-rendszerekhez bevezetett új fizikai réteg, az EDGE (Enhanced Data rates for GSM Evolution). Az EDGE legfontosabb újítása a kétállapotú GMSK moduláció leváltása 8PSK-val, amely segítségével jelentősen javul a spektrális kihasználtság. A többállapotú moduláció bevezetése miatt irreálisan megnő a 2G rendszerekben detekcióra használt Viterbi-algoritmus komplexitása, amely a jelenlegi DSP technológia mellett nem kezelhető [1]. Ezért egyszerű MMSE (Minimum Mean Square Error) kiegyenlítő stratégiát alkalmaznak, amely azonban nem képes a bithibaarány jelentős csökkentésére a többállapotú moduláció esetén. Így továbbra is fontos kérdés marad a bithibaarány szintjét hatékonyan javító, kis komplexitású kiegyenlítő algoritmusok kutatása.

Jelen cikkben a kiegyenlítő egy FIR szűrő, amelynek a súlyait közvetlenül a bithibaarány minimuma alapján

állítjuk be. A kiegyenlítőt egy küszöbdetektor követi. Az együttműködő optimalizálására vonatkozó tanulási algoritmus kis komplexitású gradiens kereséssel alapul. Az új módszerrel sokkal jobb teljesítmény érhető el keskenysávú átvitel esetén, mint a tradicionális ZF és MMSE algoritmusokkal. Ez tovább növeli a spektrális kihasználtságot.

A minimalizálás egyrészt a statisztikai megbízhatóság-analízisből ismert Li-Silvester határok, másrészt az átlagolt sztochasztikus approximáció segítségével történik.

A fenti eredményeket a cikk az alábbi szerkezet szerint tárgyalja: a 2. fejezetben a rendszermodell kerül bemutatásra; a következő fejezet témája a bithibaarány szintjét egzakton minimalizáló, de exponenciális komplexitású algoritmus; majd a 4. fejezetben ezen algoritmus komplexitását csökkentjük determinisztikus, míg az 5. fejezetben sztochasztikus mintavételi módszerrel; végül pedig különböző terjedési viszonyokra vonatkozó szimulációs eredményeket mutatunk be.

2. Rendszermodell

Ebben a fejezetben az „egyfelhasználós” rendszerek széles osztályát leíró diszkrét idejű csatornamodell kerül bevezetésre, amely kiterjeszhető általánosabb esetre is. A modell-paraméterek pontos kapcsolata a folytonos átviteli rendszerrel számos cikkben megtalálható (pl. [5]), ezért itt erre bővebben nem térünk ki.

A csatorna diszkrét idejű modelljének szabad paramétereit jelölje $h_k, k = 0, \dots, M$ ahol M a lineáris torzítás tartója. A jelhez adódó zajt v_k jelöli, amelyről feltételezzük, hogy zérus várható értékű, N_0 spektrális sűrűségű fehér Gauss-zaj [5].

A vett sorozatot x_k jelöli, amely lineárisan torzított és zajos változata az elküldött y_k információs sorozatnak:

$$x_k = \sum_{j=0}^M h_j y_{k-j} + v_k \quad (1)$$

A döntőkészülék a kiegyenlítőből (FIR szűrő) és egy küszöbdetektorból áll. A FIR szűrő az

$$\tilde{y}_k = \sum_{j=0}^J w_j x_{k-j} \quad (2)$$

leképezést valósítja meg, ahol a $w_k, k = 0, \dots, J$ együtthatók jelölik a kiegyenlítő szabad paramétereit. A döntést előjeldetektorral képezzük: $y_k = \text{sgn}\{\tilde{y}_k\}$. A csatorna és a kiegyenlítő kaszkádjára külön jelölést vezetünk be:

$$q_k = \sum_{j=0}^M h_j w_{k-j} \quad (3)$$

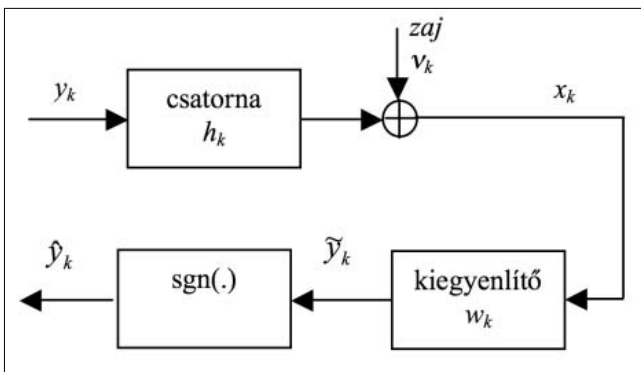
A hagyományos kiegyenlítők vagy a csúcstorzítást (PD – Peak Distortion):

$$\mathbf{w}_{opt} : \min \sum_{j=1}^L |q_j| \quad (4)$$

vagy a négyzetes középhibát (MSE – Mean Square Error):

$$\mathbf{w}_{opt} : \min E \left\{ \left(y_k - \sum_{j=0}^J w_j x_{k-j} \right)^2 \right\} \quad (5)$$

minimalizálják az egyszerű realizálhatóság érdekében [5]. Azonban ezen költségfüggvények nincsenek direkt kapcsolatban a bithibaarányval és a teljesítőképességük ennek megfelelően szerény [2,3]. A hatékonyság javítása érdekében közvetlenül a bithiba-arány minimalizáló algoritmusokra van szükség.



1. ábra A rendszermodell és az alkalmazott jelölések

3. A bithibavalószínűség minimalizálása egzakt gradiens-algoritmussal

A bithibavalószínűség (P_b) a kiegyenlítő együtthatóinak a függvényeként a korábbi irodalomból ismert [2]:

$$P_b(\mathbf{w}) = \frac{1}{2^L} \sum_{\mathbf{y} \in \Psi} \Phi \left(\frac{\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l}{\sqrt{N_0 \sum_{n=0}^J w_n^2}} \right) \quad (6)$$

ahol $L=J+M$ az eredő átvitel tartója, $\Phi(\cdot)$ a standard normális eloszlás eloszlásfüggvényét jelöli, továbbá

$$\Psi = \{ \mathbf{y} = [-1, y_1, \dots, y_L], y_i \in \{-1, 1\} \}$$
 halmazt jelöli.

A bithiba (6) szerinti kifejezését azon szűrőegyütthatók optimalizálják, amelyekre igaz, hogy kielégítik a következő egyenletet: $\mathbf{w}_{opt} : \text{grad } P_b(\mathbf{w}) = \mathbf{0}$

A (6) gradiense analitikusan kifejezhető a következő formában:

$$\frac{\partial P_b(\mathbf{w})}{\partial w_i} = \frac{1}{2^L \sqrt{2\pi N_0} \left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right)^{3/2}} \sum_{\mathbf{y} \in \Psi} \exp \left(- \frac{\left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right)^2}{2 N_0 \sum_{n=0}^J w_n^2} \right) \cdot \left[\left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right) \left(\sum_{l=i}^{M+i} h_{l-i} y_l \right) - w_i \left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right) \right]$$

Így a bithibavalószínűség a gradiens módszerrel a következőképpen optimalizálható¹ (7):

$$w_i(k+1) = w_i(k) - \Delta \frac{\partial P_b(\mathbf{w})}{\partial w_i} = w_i(k) - \Delta \left[\frac{1}{2^L \sqrt{2\pi N_0} \left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right)^{3/2}} \sum_{\mathbf{y} \in \Psi} \exp \left(- \frac{\left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right)^2}{2 N_0 \sum_{n=0}^J w_n^2} \right) \cdot \left[\left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right) \left(\sum_{l=i}^{M+i} h_{l-i} y_l \right) - w_i \left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right) \right] \right]$$

ahol $\mathbf{w}(k)$ a szűrőegyütthatók k -dik iterációbeli értékeit jelenti, illetve Δ a konvergenciát szabályozó lépéskonstans. Ez az algoritmus azonban a gradiensben szereplő exponenciálisan sok tagot tartalmazó összegzés miatt csak erősen korlátozott L értékekre² futtatható valós időben, hiszen minden lépésben $O(2^L)$ számítást kell végezni a szűrőegyütthatók adaptálásakor.

4. A bithiba-arány minimalizálása a Li-Silvester módszerrel

Ebben a fejezetben az exponenciálisan növekvő számú összegzés elkerülésére statisztikai mintavételezést alkalmazunk.

Ennek alapja, hogy a bithiba-arány (6) szerinti kifejezése egy várhatóértékként is értelmezhető, feltéve hogy a leadott információs sorozatok egyforma valószínűséggel fordulnak elő (ez az optimális forráskódolás jelenléte miatt általában fennáll). Így a $G(\mathbf{w}) = P_b(\mathbf{w})$ jelölést használva írhatjuk, hogy

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_b(\mathbf{w})}{\partial w_i} &= \frac{1}{2^L} \sum_{\mathbf{y} \in \Psi} \Phi \left(\frac{\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l}{2 N_0 \sum_{n=0}^J w_n^2} \right) = \\ &= \frac{1}{2^L} \sum_{\mathbf{y} \in \Psi} \Phi \left(\frac{\sum_{l=0}^L q_l y_l}{2 N_0 \sum_{n=0}^J w_n^2} \right) = \\ &= \frac{1}{2^L} \sum_{\mathbf{y} \in \Psi} G(\mathbf{w}, \mathbf{y}) = E \{ G(\mathbf{w}, \mathbf{y}) \} \end{aligned} \quad (8)$$

¹ A gradienskeresés hátránya, hogy megakadhat lokális minimumokban, viszont a globális optimalizálást biztosító sztochasztikus keresési módszerekhez (pl. szimulált lehűtés) képest a gradiens gyorsabb konvergenciát eredményez.

² csatorna- + kiegyenlítőegyütthatók száma

továbbá vezessük be a következő jelöléseket:

$$g(\mathbf{w}) = \text{grad } G(\mathbf{w}) = \text{grad } E_y \{G(\mathbf{w}, \mathbf{y})\} = E_y \{g(\mathbf{w}, \mathbf{y})\}$$

A bithibavalószínűség (6) szerinti kifejezéséből látható, hogy a Ψ halmaz fölötti szummázás egyes tagjai a q_i együtthatók lineáris kombinációjának egy nemlineáris függvényeként állnak elő. A jel-zaj viszony növekedésével a standard normális eloszlásfüggvény mindinkább tart a $\text{sgn}(\cdot)$ függvényhez, azaz vagy 0-hoz közeli, vagy 1-hez közeli értékeket vesz föl, kivéve akkor, ha a függvényargumentum közelítőleg zérus. Ebből a tényből arra következtethetünk, hogy nagy jel-zaj viszont esetén a szummázás egyes tagjai között nagyságrendnyi eltérések adódhatnak, ami lehetővé teszi, hogy a teljes szummázást néhány domináns tag összegével közelítsük. Így egy kis komplexitásban kiszámolható, de éles alsóbecslést kaphatunk. (Ez a gondolat a statisztikai megbízhatóság-analízisből ismert Li-Silvester-módszer [7]).

Pontosabban, osszuk fel a Ψ teret két diszjunkt halmazzra, jelölje ezeket Ψ_1 és Ψ_2 . Az Ψ_1 halmaz számossága legyen K , méghozzá úgy, hogy azt a K db vektort tartalmazza, amelyre igaz, hogy

$$G(\mathbf{w}, \mathbf{y}_1) > G(\mathbf{w}, \mathbf{y}_2) > \dots > G(\mathbf{w}, \mathbf{y}_K) > G(\mathbf{w}, \mathbf{y}_i)$$

ahol $i = K+1, \dots, 2^L$. A $\Phi(\cdot)$ függvény tulajdonságaiból következően $0 \leq G(\mathbf{w}, \mathbf{y}_i) \leq 1$. Ezt kihasználva a bithiba alábbi korlátaihoz jutunk:

$$\frac{1}{2^L} \sum_{\mathbf{y}_i \in \Psi_1} G(\mathbf{w}, \mathbf{y}_i) < P_b(\mathbf{w}) < \frac{1}{2^L} \left(\sum_{\mathbf{y}_i \in \Psi_1} G(\mathbf{w}, \mathbf{y}_i) + |\Psi_2| \right) \quad (9)$$

ahol $|\Psi_2|$ a halmaz számosságát jelenti. Esetünkben az \mathbf{y} vektorok előfordulása egyenletes valószínűségű, így a (9) baloldalán szereplő alsó korlát igen szoros lehet, ugyanakkor a felső korlát nagyon laza, mivel a Ψ_2 -ben lévő G tagokat nagyon durván becsültük felülről.

A módszer alkalmazásának a kihívása a domináns tagok gyors megtalálása a (6) kifejezésben. Látható, hogy $P_b(\mathbf{w})$ invariáns \mathbf{w} normájára, ezért – kihasználva az ebből adódó szabadságot – éljünk a $w_0 = 1/h_0$ választással, amiből következik, hogy $q_0 = 1$.

A (6) kifejezésből minden olyan tag elhagyható, amely nem tartalmazza \mathbf{y} -t, hiszen \mathbf{y} szerint szeretnénk maximalizálni. Ezek alapján a

$$\Phi\left(\sum_{i=0}^L q_i y_i\right) = \Phi\left(-1 + \sum_{i=1}^L q_i y_i\right)$$

kifejezést kell maximalizálni (hiszen a Ψ halmaz definíálásakor $y_0 = -1$ -t megkötöttük), amely a standard normális eloszlásfüggvény monotonicitása miatt az \mathbf{y} argumentum maximalizálásával megtehető. A $\sum_{i=1}^L q_i y_i$ maximuma éppen a csúcstorzítás (Peak Distortion – PD), ilyenkor

$$\mathbf{y}_1 = [-1, \text{sgn}\{q_1\}, \dots, \text{sgn}\{q_L\}.$$

Hasonló gondolatmenettel a legnagyobb tagot követő tagok megadhatók a következőképpen:

$$\mathbf{y}_k = [-1, \text{sgn}\{q_1\}, \dots, -\text{sgn}\{q_i\}, \dots, -\text{sgn}\{q_{i_N}\}, \dots, \text{sgn}\{q_L\}$$

$$\text{ahol } \{i_1, \dots, i_N\} = C_k = \arg \min \left(|q_{i_1}| + \dots + |q_{i_N}| \right),$$

$$N = 1, 2, \dots, L \text{ és } C_k \neq C_{k-j}, j = 1, \dots, k-1.$$

Ezek után már csak a C_k halmazokat kell megkeresni. Amennyiben ragaszkodunk a tetszőleges számú első K darab legnagyobb tag megkereséséhez, az indexhalmazok megtalálása exponenciális komplexitású, hiszen az összes lehetséges \mathbf{y} -ra ki kell számolni a $\mathbf{q}^T \mathbf{y}$ szorzatot, utána a szorzat értéke szerint sorbarendezni, valamint a megfelelő \mathbf{y} -okat kigyűjteni.

Azonban $K=4$ -re (amely a szimulációs eredmények szerint sok gyakorlati alkalmazásban teljesen elegendő), az első négy domináns tag az alábbi egyszerű algoritmussal megkapható.

$$\text{Legyen } \mathbf{q}' = [q_1, |q_2|, \dots, |q_L|]^T \text{ és } \mathbf{r} = S(\mathbf{q}')$$

ahol $S(\cdot)$ a csökkenő sorbarendezés operátora.

$$\text{Továbbá } \tilde{\mathbf{r}} = [q_0 | \mathbf{r}] = \tilde{S}(\mathbf{q}')$$

ahol $\tilde{S}(\cdot)$ az első tagot nem érintő csökkenő sorbarendezés operátora és $s_i = \sum_{j=0}^i \tilde{r}_{L-j}$.

Az algoritmus lépései a következők:

1. Legyen $K=4$;
2. $\mathbf{y}_0 = [-1, 1, \dots, 1]$
3. $\mathbf{y}_1 = \tilde{S}^{-1}[-1, 1, \dots, 1, -1]$
4. $\mathbf{y}_2 = \tilde{S}^{-1}[-1, 1, \dots, -1, 1]$
5. Ha $s_1 + s_2 \leq s_3$
akkor $\mathbf{y}_3 = \tilde{S}^{-1}[-1, 1, \dots, -1, -1]$
másképpen $\mathbf{y}_3 = \tilde{S}^{-1}[-1, 1, \dots, -1, 1, 1]$
6. $N = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3, \mathbf{y}_4\}$
7. A Li-Silvester-módszerrel kapott alsó becslőt jelölje $F(\mathbf{w}) \leq G(\mathbf{w})$.
Ennek becslő gradiense $f(\mathbf{w})$ nem más, mint $g(\mathbf{w})$, azzal a különbséggel, hogy a szummázás ψ helyett N fölött történik.
8. Adaptáljuk a szűrősúlyokat a
 $w_i(k+1) = w_i(k) - \Delta f_i(\mathbf{w})$
algoritmus szerint, ahol $f_i(\mathbf{w})$
a gradiens i -dik komponensét jelöli.

4.1. Egyszerűsített mintavételezés a BER meghatározására polinomiális komplexitásban

Ha lemondunk az éppen K legfontosabb tag megkereséséről, helyette K értékét maximalizáljuk és a kiegyenlítés során ennél kisebb K -t is megengedünk, akkor egyszerű polinomiális komplexitású algoritmushoz jutunk. Vezessünk be további jelöléseket: $K_{\max} = 2^p - 1$ jelöli a becslésben maximálisan használt \mathbf{y} vektorok számát. $\mathbf{y}_0 = [-1, 1, \dots, 1]^T$ a PD-hez tartozó üzenetvektor. $\mathbf{y}_i = \mathbf{y}_0 \otimes \mathbf{z}_i$, ahol \otimes az elemenkénti szorzás műveletét jelöli és $\mathbf{z}_i \in \{-1, 0\}^{L+1}$, valamint \mathbf{e}_i az i -dik egységvektor.

Ebben az esetben a becslő feladata azon \mathbf{y} vektorok halmazának megtalálása a (6)-beli szummázásban, amelyekhez az összegnek jelentős (de nem feltétlenül a legjelentősebb) tagjai tartoznak.

Az egyszerűsített becslő algoritmus lépései:

- Legyen $p = \log_2(K_{\max} + 1) + 1$
- Ha $r_p \geq s_{p-1}$
akkor $\mathbf{z}_j = [0, \dots, 0 | \mathbf{u}_j^T]^T$,
ahol $\mathbf{u}_j \in \{0, -1\}^{p-1}, j = 1, 2, \dots, 2^{p-1}$
 $\mathbf{y}_j = \tilde{S}^{-1} \{ \mathbf{y}_0 \otimes \mathbf{z}_j \}$
másképpen $\arg \max r_j \geq s_j, j < p$
 $\mathbf{z}_j = [0, \dots, 0 | \mathbf{u}_j^T]^T$,
ahol $\mathbf{u}_j \in \{0, -1\}^{j-1}, j = 1, 2, \dots, 2^j$
 $\mathbf{z}_j = -\mathbf{e}_k, k = J+1, \dots, p-1, i = 2^j - j + k$
 $\mathbf{y}_j = \tilde{S}^{-1} \{ \mathbf{y}_0 \otimes \mathbf{z}_j \}$
- Az előző pontban adódó \mathbf{y} vektorok halmazát jelölje M .
- Az egyszerűsített Li-Silvester-módszerrel kapott alsó becslőt jelölje $F'(\mathbf{w}) \leq G(\mathbf{w})$. Ennek becslő gradiense $f'(\mathbf{w})$ nem más, mint $g(\mathbf{w})$, azzal a különbséggel, hogy a szummázás ψ helyett M fölött történik.
- Adaptáljuk a szűrősúlyokat a
 $w_i(k+1) = w_i(k) - \Delta f'_i(\mathbf{w})$
algoritmus szerint.

5. A bithibaarány minimalizálása sztochasztikus mintavételi módszerekkel

Az előzőekben determinisztikus mintavételi módszerrel választottuk ki a mintákat, amelyekkel a (8) egyenletben szereplő várható értéket – vagy annak gradiensét – közelítettük. Ebben a fejezetben a $G(\mathbf{w})$ függvény becslésére véletlenszerűen sorsolt mintákat használunk.

5.1. Sztochasztikus approximáció

Ebben az esetben a (7) algoritmusban a teljes Ψ tér fölötti szummázást egyetlen véletlenszerűen sorsolt \mathbf{y} vektor alapján kiszámolt mintával közelítjük. A sorsoláshoz egyenletes eloszlást választunk, mert a forrás oldalon is egyenletes eloszlású sorozatokat tételeztünk fel. Az így adódó, úgynevezett sztochasztikus gradiens algoritmus a következő:

$$w_i(k+1) = w_i(k) - \Delta \hat{g}_i(\mathbf{w}(k), \mathbf{Y} = \mathbf{y})$$

ahol $\mathbf{Y} \in \Psi$ és $P\{\mathbf{Y}_i = -1\} = P\{\mathbf{Y}_i = 1\} = 0.5$, továbbá (10):

$$\begin{aligned} \hat{g}_i(\mathbf{w}(k), \mathbf{Y} = \mathbf{y}) &= \\ &= \frac{1}{2^L \sqrt{2\pi N_0} \left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right)^3} \exp \left(- \frac{\left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right)^2}{2N_0 \sum_{n=0}^J w_n^2} \right) \cdot \\ &\cdot \left[\left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right) \left(\sum_{l=i}^{M+i} h_{l-i} y_l \right) - w_i \left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right) \right] \end{aligned}$$

Az algoritmus konvergenciájának vizsgálatát a Kushner-Clark [6] tétel segítségével végezzük. A tétel alkalmazásának feltétele, hogy a vizsgálni kívánt sztochasztikus approximációban szereplő mennyiségek eleget tegyenek bizonyos feltételeknek.

Ezek első csoportja a lépéskonstans megválasztásával kapcsolatos, amely a $\Delta = 1/k$ választással kielégíthető. A második feltételcsoport teljesüléséhez az szükséges, hogy a $\hat{g}_i(\mathbf{w}(k), \mathbf{Y} = \mathbf{y})$ függvény parciálisan differenciálható legyen y_i és w_i szerint, ami esetünkben teljesül. Ezek után a $\hat{g}_i(\mathbf{w}(k), \mathbf{Y} = \mathbf{y})$ függvény \mathbf{y} szerinti várható értékét kell kiszámolnunk, s ennek segítségével írható föl az a determinisztikus differenciálegyenlet-rendszer, aminek a vizsgálata megadja a sztochasztikus differenciaegyenlet viselkedését is. (A Kushner-Clark tétel bizonyítása [6]-ban található).

Mivel

$$\begin{aligned} E \{ \hat{g}_i(\mathbf{w}(k), \mathbf{Y} = \mathbf{y}) \} &= \\ &= \frac{1}{2^L \sqrt{2\pi N_0} \left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right)^3} \sum_{\mathbf{y} \in \Psi} \exp \left(- \frac{\left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right)^2}{2N_0 \sum_{n=0}^J w_n^2} \right) \cdot \\ &\cdot \left[\left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right) \left(\sum_{l=i}^{M+i} h_{l-i} y_l \right) - w_i \left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right) \right] \end{aligned}$$

ami nem más, mint a $P_b(\mathbf{w})$ függvény \mathbf{w} szerinti deriváltja. A vizsgálandó differenciálegyenlet-rendszer:

$$\begin{aligned} \frac{dw_i(t)}{dt} &= \frac{1}{2^L \sqrt{2\pi N_0} \left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right)^3} \sum_{\mathbf{y} \in \Psi} \exp \left(- \frac{\left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right)^2}{2N_0 \sum_{n=0}^J w_n^2} \right) \cdot \\ &\cdot \left[\left(\sum_{n=0}^J w_n^2 \right) \left(\sum_{l=i}^{M+i} h_{l-i} y_l \right) - w_i \left(\sum_{n=0}^J w_n \sum_{l=n}^{M+n} h_{l-n} y_l \right) \right] \end{aligned}$$

A fenti differenciálegyenlet numerikus megoldásával számos csatornamodellre bizonyítható a stabilitás és belátható, hogy a (10)-zel adott sztochasztikus approximáció stabil és konvergens, továbbá ugyanoda konvergal, mint a determinisztikus algoritmus.

5.2. Monte-Carlo módszer

Ebben az esetben iterációnként nem egy, hanem több \mathbf{y} vektort is kisorsolunk (az \mathbf{y} eloszlása szerint, esetünkben egyenletes eloszlással, visszatevéssel), majd a mintákat ezekre átlagoljuk, a következőképpen:

$$\hat{g}_i^{MC}(\mathbf{w}(k)) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \hat{g}_i(\mathbf{w}(k), \mathbf{Y} = \mathbf{y}_j)$$

A súlyok beállítására szolgáló algoritmus:

$$w_i(k+1) = w_i(k) - \Delta \hat{g}_i(\mathbf{w}(k), \mathbf{Y} = \mathbf{y})$$

6. Szimulációs eredmények

A szimulációs eredmények az újonnan bevezetett algoritmusok két legfontosabb tulajdonságára,

- az egyes módszerekkel elérhető bithibaarányra;
- illetve az egyes módszerek konvergenciaidejére összpontosulnak.

Ezen vizsgálatokat három standard – különböző terjedési körülményeket figyelembe vevő – csatornamodell-

re végeztük el [4]: $\mathbf{h}^{(1)}=[10.6,-0.3]^T$, $\mathbf{h}^{(2)}=[1;0.6;-0.45]^T$, $\mathbf{h}^{(3)}=[1;0.12;0.3;-0.8]^T$, (Megjegyezzük, hogy a $\mathbf{h}^{(2)}$ csatorna nem minimál-fázisú, amelynek a kiegyenlítésére a hagyományos algoritmusok alkalmatlanok.)

6.1. A bithiba a jel-zaj viszony függvényében

A szimulációk egyik célja a bithibaarány (BER) jelzaj viszonytól (SNR) való függésének a megadása volt, különböző kiegyenlítési algoritmus esetén. Az eredményeket a 2-4. ábrák mutatják.

Az eredményekből az látszik, hogy az új algoritmusok elsősorban jó jel-zaj viszony értékek (SNR > 20 dB) esetén nyújtanak a hagyományos megoldásokhoz képest lényegesen jobb teljesítményt: minimál-fázisú csatornák ($\mathbf{h}^{(1)}$, $\mathbf{h}^{(3)}$) esetén a bithibaarány az eredeti érték felére csökkent, míg nem minimál-fázisú esetben akár egy nagyságrendnyi javulás is tapasztalható. A legjobb teljesítményt minden esetben az egzakt gradiens algoritmus (TGS) szolgáltatja, azonban ettől csak egészen minimális mértékben maradnak el a véletlen mintavételezésen alapuló módszerek (sztochasztikus gradiens (STG), illetve Montecarlo (MC)³), ugyanakkor ez utóbbiak kis komplexitásúak.

A determinisztikus mintavételezésen alapuló egyszerűsített Li-Silvester módszer (LISI)⁴ is minden esetben jobb eredményt szolgáltat a hagyományos megoldásokhoz képest, azonban kevésbé elmarad a sztochasztikus módszerek teljesítőképességétől. (Ez utóbbi alól kivételt képeznek azok az esetek, ahol a domináns tagok száma kicsi az összes tag számához képest, és rossz a jel-zaj viszony, például a $\mathbf{h}^{(3)}$ csatorna esetében, 22 dB SNR alatt (lásd a 4. ábrát). Ebben az esetben 512 tag összegét 4 domináns tag felhasználásával becsültük.

A jel-zaj viszony növekedtével a tagok közötti eltérések egyre nagyobbak, hiszen a $\Phi(\cdot)$ függvény egyre inkább közelít a signum függvényhez, így nagyobb jel-zaj viszony értékek esetén jobb, míg gyenge jel-zaj viszony esetén rosszabb a Li-Silvester közelítés).

6.2. Konvergenciasebesség

A gyakorlati alkalmazások szempontjából mindenképpen fontos, hogy az újonnan bevezetett algoritmusokhoz csatornainformációra, azaz a h függvény ismeretére van szükség.

A szimulációk során feltételeztük, hogy egzakt csatorna-információ áll rendelkezésünkre. Ennek hiányában csatorna-identifikáló algoritmus segítségével becsülhetjük az ismeretlen koeficiensket.

Mivel a csatornakiégyenlítés valós időben megoldandó feladat, így fontos kérdés az algoritmusok komplexitása illetve iteratív algoritmusoknál a konvergencia sebessége. Az előbbi meghatározza, hogy milyen szimbólumsebességű forrást tudunk kiszolgálni adott számítás

³ A grafikonokon az MC rövidítés után álló szám arra utal, hogy iterációnként hány véletlen vektor sorsolásával futtatuk az algoritmust.

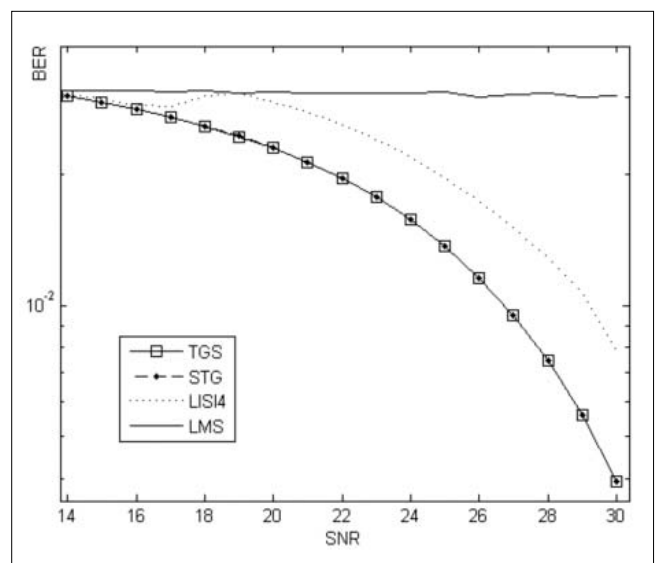
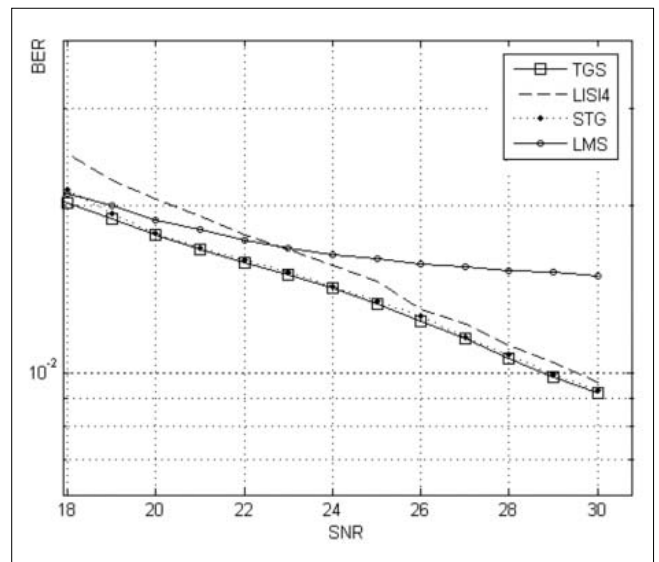
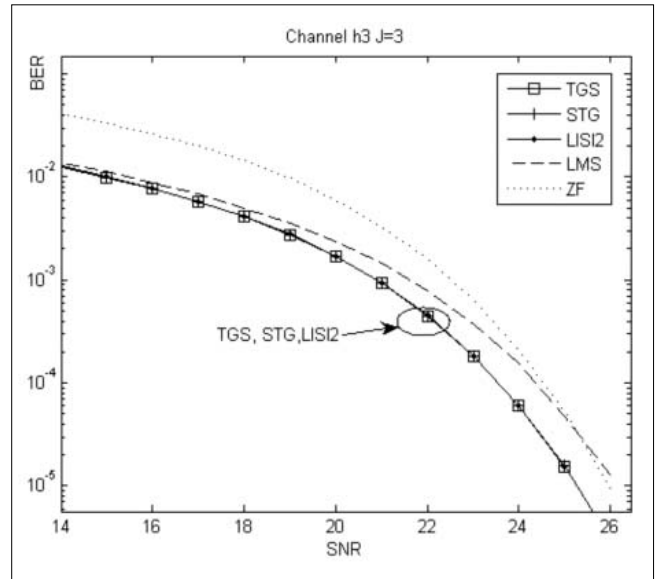
⁴ A LISI rövidítés után álló szám arra utal a grafikonokon, hogy adott esetben mekkora volt a maximálisan felhasznált domináns tagok száma az egyszerűsített Li-Silvester becslő futtatásakor

Bithibaarány a jel-zaj viszony függvényében

2. ábra a $\mathbf{h}^{(1)}$ csatorna és 3 kiegyenlítő-együttható esetére

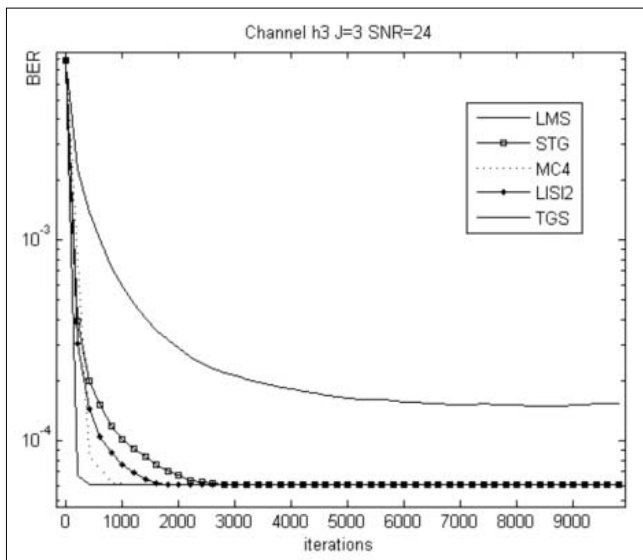
3. ábra a $\mathbf{h}^{(2)}$ csatorna és 6 kiegyenlítő-együttható esetére

4. ábra a $\mathbf{h}^{(3)}$ csatorna és 6 kiegyenlítő-együttható esetére



kapacitás esetén. Az utóbbi arra vonatkozóan ad útmutatást, hogy a csatorna milyen változási sebessége mellett képes az adaptív algoritmus követni az optimumot.

Egy adott jel-zaj viszony értékre vonatkozó konvergencia-görbe (bithibaarány az iterációk függvényében) látható az 5. ábrán.



5. ábra

Bithibaarány az iterációk függvényében a $h^{(2)}$ csatorna, 3 kiegyenlítő-együttható és 24 dB SNR esetén

Leggyorsabban minden esetben az egzakt gradiens algoritmus (TGS) konvergál. A sztochasztikus mintavételre alapuló módszerek konvergenciaideje körülbelül annyiszorosára növekszik ehhez képest, amennyivel kevesebb tagot használunk az összegzésben. Vagyis ezekkel a módszerekkel eredményesen csökkenthető az 1 iteráció során elvégzendő műveletek száma, de nem csökkenthető jelentősen a teljes konvergencia során elvégzendő műveletek száma. Az egyszerűsített Li-Silvester módszer konvergenciája a sztochasztikus módszerekkel nagyjából megegyezik. Ugyanakkor bármelyik új módszer lényegesen gyorsabban konvergál az LMS algoritmusnál, a különbség – csatornától függően – 1-2 nagyságrendnyi is lehet (lásd 5. ábra). Továbbá figyelemreméltó, hogy az új módszerek alkalmazása esetén (főleg TGS és MC) a kezdeti lépésekben rendkívül meredeken csökken a bithibavalószínűség.

7. Összefoglalás

A cikkben a bithibavalószínűséget, mint a digitális összeköttetések legfontosabb minőségjellemzőjét alkalmaztuk kiegyenlítési stratégiaként. Ezáltal megnövekedett teljesítőképességű algoritmusok adódnak. Az egyre olcsóbbá váló és folyamatosan növekvő számítási kapacitás kihasználásával azonban ezek a kismértékben bonyolultabb algoritmusok is gazdaságosan megvalósíthatóak, ezáltal kisebb bithiba-valószínűséget és jobb spektrális kihasználtságot eredményezve.

Irodalom

- [1] W. Gerstacker, R. Schober: „Equalization Concepts for EDGE”, IEEE Trans. Wireless Comm., Januar 2002, Vol. 1, No.1., pp.190–199.
- [2] O. Shimbo, M. Celebiler: „The probability of error due to intersymbol interference and gaussian noise in digital communication systems”, IEEE Trans. on Communication Technology, 1971. Vol. COM-19, pp.113–119.
- [3] C. Yeh, J.R. Barry: „Adaptive minimum bit-error rate equalization for binary signaling”, IEEE Trans. Comm. Vol. 48 pp. 1226–1235. Jul. 2000.
- [4] R. Steele and L. Hanzo (editors): „Mobile Radio Communications” Wiley, 1999.
- [5] J. G. Proakis: „Digital Communications” McGrawHill, 1995.
- [6] H.J. Kushner, D.S. Clark: „Stochastic approximation methods for constrained and unconstrained systems” Springer Verlag, 1978.
- [7] O. K. Li, J. A. Silvester: „Performance Analysis of Networks with Unreliable Components”, IEEE Trans. Comm., 1984. Vol. COM-32, pp.1105–1110.