

# HÍRADÁS- TECHNIKA

---

A HÍRADÁS-  
TECHNIKAI  
TUDOMÁNYOS  
EGYESÜLET  
LAPJA

3

# HÍRADÁS- TECHNIKA

1977. március, XXVIII. évfolyam, 3. szám

A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

## TARTALOM

|  |        |
|--|--------|
| NEMESSZEGHY GYÖRGY: FEN áramkörök .....  | 65     |
| DR. FERENCZ CSABA: Elektromágneses hullámterjedés; a csoportsebesség analízise ..... | 71     |
| Szemle .....   | 89, 94 |
| PAPP LÁSZLÓ: Digitális függvénygenerátor .....                                       | 90     |
| Tartalmi összefoglalások .....   | 95     |
| Обобщения .....  | 95     |
| Zusammenfassungen .....  | 96     |
| Summaries .....  | 96     |
| Résumés .....  | 96     |

Operatív szerkesztő bizottság: BOGLÁR GYULA szerkesztő, BALOGH PÁL,  
DR. FLESCHE ISTVÁN, MAY PÉTER, MÉREY IMRÉNÉ. — Szerkesztőségi  
és kéziratokkal kapcsolatos ügyekben felvilágosítást ad: SZÖLLŐSI GYÖRGYNÉ.  
Telefon: 495-098

### HÍRADÁSTECHNIKA

A szerkesztésért felelős: Boglár Gyula. Szerkesztőség címe: 1055 Budapest V., Kossuth Lajos tér 6—8. Telefon: 113-027. Kiadja: a Lapkiadó Vállalat, 1073 Budapest, Lenin krt. 9—11., telefon: 221-285. Levélcím: 1906 Budapest, Pf. 223. Felelős kiadó: Siklósi Norbert. Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta hírlapüzleteiben és a Posta Központi Hírlapirodánál (KHI, 1900 Budapest, József nádor tér 1.) közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a KHI 215—96 162 pénzforgalmi jelzőszámra. Előfizetési díj: fél évre 36 Ft, egész évre 72 Ft. Egyes szám ára: 6 Ft. Megjelenik havonta. A folyóirat külföldre előfizethető: „KULTÚRA” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, H—1389 Budapest. Postafiók 149

*Készült az Egyetemi Nyomda fennállásának 400. évében*

77.1042 Egyetemi Nyomda, Budapest. Felelős vezető: Sümeghi Zoltán igazgató

**Index: 25 375**

NEMESSZEGHY GYÖRGY  
Bánki Donát Műszaki Főiskola

## FEN áramkörök

ETO 621.372.54.011.733

A FEN (frequency emphasizing network) áramkörök, amelyeket Moschytz-féle áramköröknek is neveznek, aktív frekvencia kiemelők [1].

A FEN áramkörök többféle alkalmazásai közül most a FEN áramkörös aktív szűrőkkel kívánunk foglalkozni, amelyeket a passzív LC áramköröket utánzó aktív áramkörök közé sorolhatunk [2].

### A FEN áramkörös aktív szűrők felépítése

Az aktív RC szűrők mintájára a FEN áramkörös szűrőket is felbonthatjuk másodfokú FEN áramkörös szűrők lánckapcsolására. Ezen másodfokú áramkör feszültségátvitelét jelöljük  $A$ -val:  $A = u_2/u_1$ .

Azt kívánjuk elérni, hogy az  $A$  feszültségátvitel frekvenciafüggése olyan legyen, mintha LC kapcsolást használtunk volna. Az 1a ábrán másodfokú LC kapcsolás feszültség-amplitúdó karakterisztikát rajzolunk fel. Az  $\omega_0$  körfrekvencián a kiemelést az önindukciós tekercs és a kondenzátor rezonanciája okozza. A passzív RC kapcsolásoknál ilyen frekvencia-kiemelés nincs, ezért ezt FEN áramkörrel lehet megvalósítani. A passzív LC négy-pólus karakterisztikáját a passzív RC és FEN áramkör lánckapcsolásával kapott karakterisztikával utánozhatjuk (1. ábra).

Az RC négy-pólus és a FEN áramkör között folyó áramot jelöljük  $i$ -vel és bővítsük ezzel az  $u_2/u_1$  törtet:

$$A = \frac{u_2}{u_1} = \frac{i}{u_1} \cdot \frac{u_2}{i}$$

Látjuk:

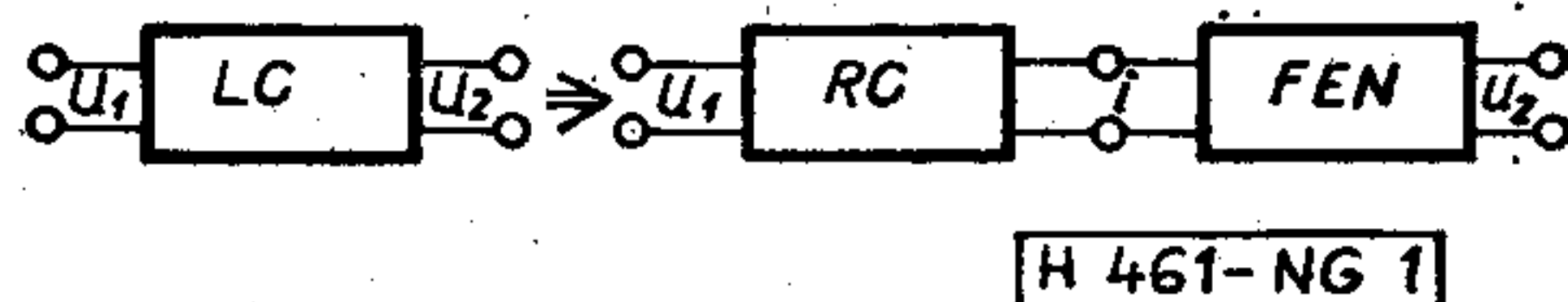
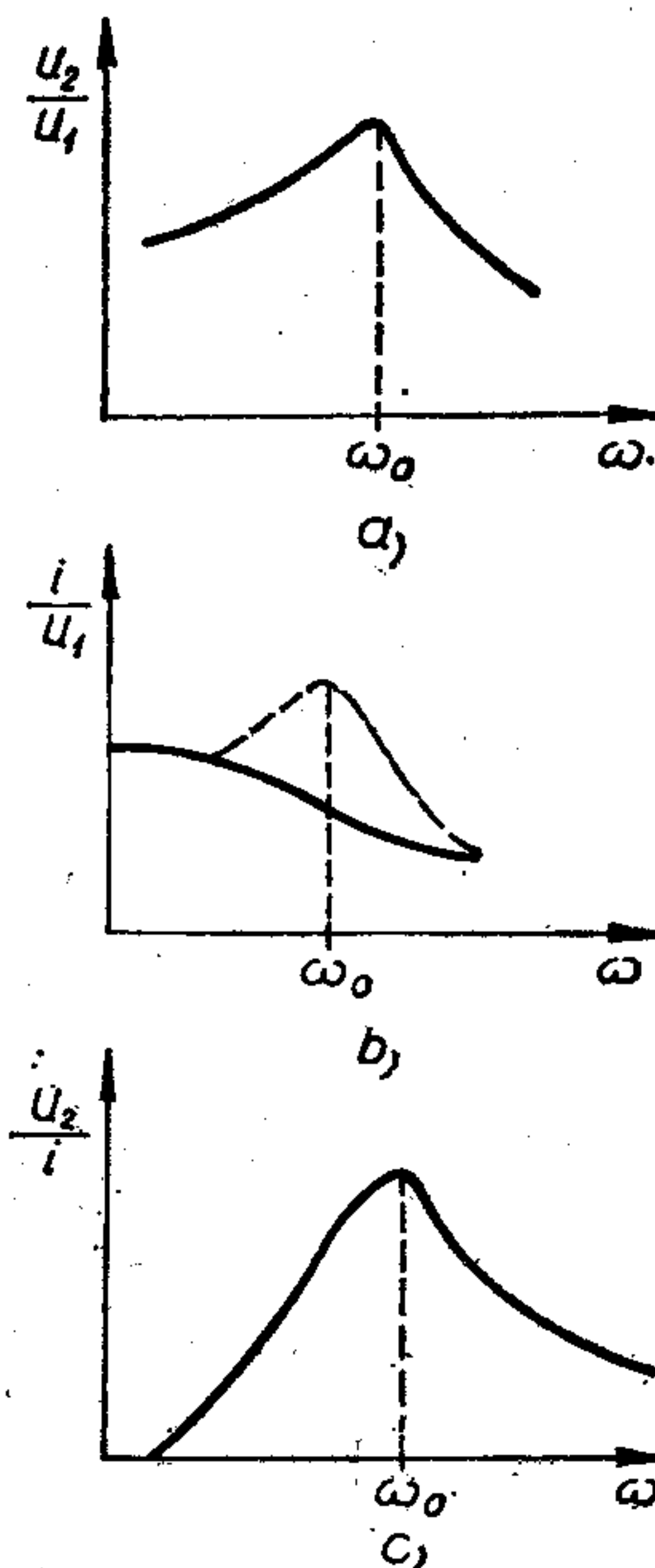
$$A = Y_{1f} \cdot Z_{2f}, \quad (1)$$

ahol  $Y_{1f}$  a passzív RC négy-pólus transzfer admittanciája a  $Z_{2f}$  pedig a FEN áramkör transzfer impedanciája.

Az LC szűrő  $u_2/u_1$  amplitúdó-karakterisztikáját megfelelő transzfer admittanciájú RC kapcsolással közelítjük, majd láncba kapcsolunk megfelelő transzfer impedanciájú FEN áramkörrel elvégezzük a kiemelést.

### A FEN áramkör

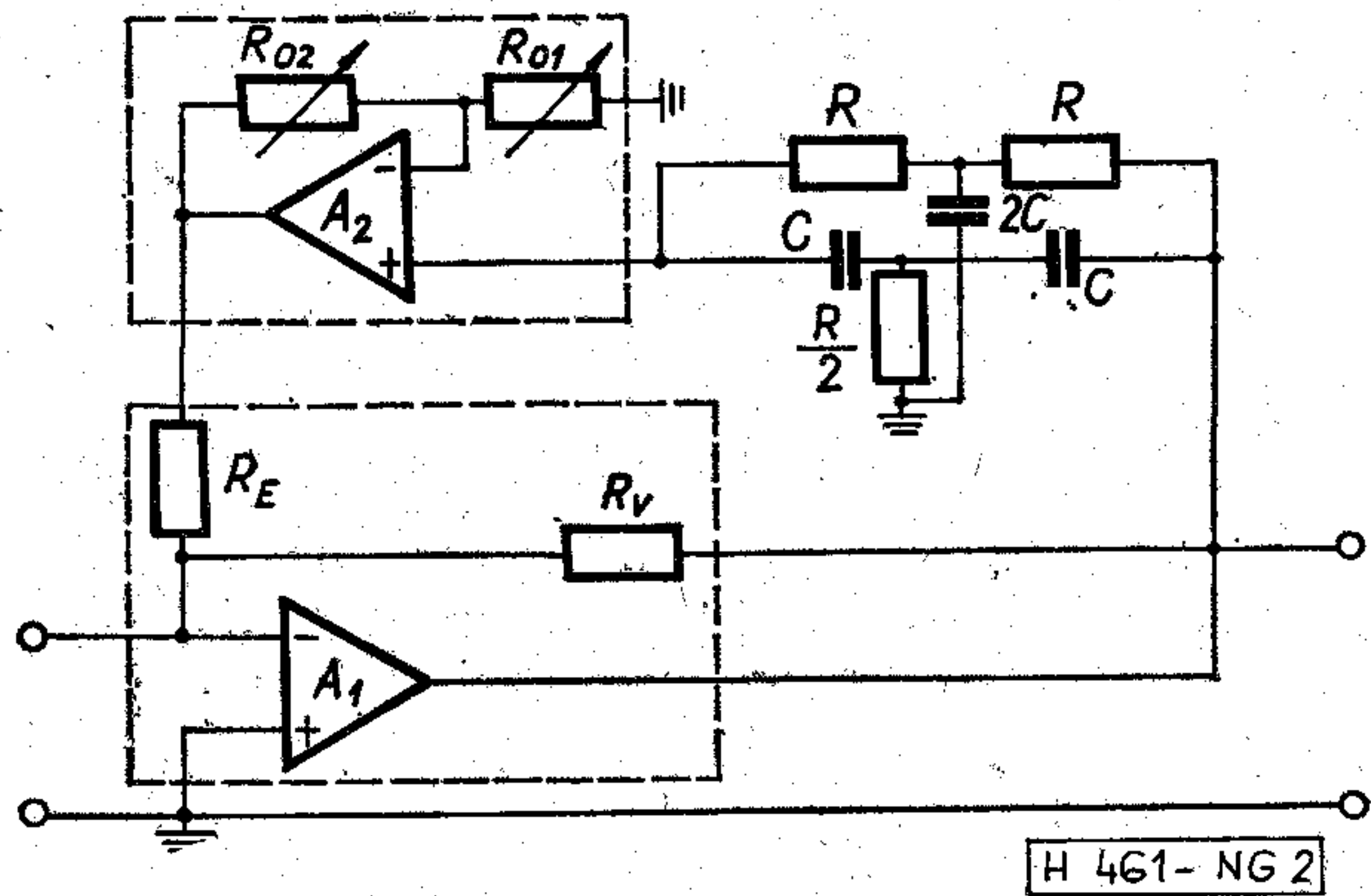
A FEN áramkört a 2. ábrán vázoltuk fel. Az áramkör két műveleti erősítőt tartalmaz. Az  $A_1$  erősítő invertáló, az  $A_2$  erősítő pedig nem invertáló.  $A_2$  az  $A_1$  visszacsatoló ágában van a kettős T híddal együtt. Tudjuk, hogy a kihangolt RC kettős T négy-pólus adott frekvencián elvileg végtelen nagy csillapítást ad, vagyis sávzáró négy-pólus. Ezen a frekvencián csak az  $R_V$  és az  $R_E + R_0$  ohmos feszültségosztó miatt lép fel negatív visszacsatolás. A FEN áramkör tehát azon a frekvencián, amelyen a kettős T tag szakadésként viselkedik, frekvencia-kiemelést végez, mivel ezen a frekvencián minimális a negatív visszacsatolás.



H 461-NG 1

1. ábra





2. ábra

Az  $A_1$  és  $A_2$  feszültségerősítésekbe számítsuk be a 2. ábrán látható frekvenciafüggetlen negatív visszacsatolásokat, így a FEN áramkör jósági tényezője egyszerűen megadható:

$$Q = (1 + A_2 A_1) q, \quad (2)$$

ahol  $q$  a kettős T híd jósági tényezője, amely szimmetrikus esetben:  $1/4$ .

Amennyiben az  $R_E$  mellett az  $R_0$  elhanyagolható,  $A_1 = R_V / R_E$  és  $A_2 = R_0 / R_{01}$ . A negatív visszacsatoló ágban levő osztó:  $R_0 = R_{01} + R_{02}$ .

A FEN áramkörben szimmetrikus felépítésű, nulla-kiegyenlítettű kettős T hidat használtunk, amelynek tulajdonságairól a következő fejezetben lesz szó.

### A FEN áramkör származtatása a kettős T hidas szelektív erősítőkből

A kettős T szűrők tulajdonságait részletesen ismerteti a [3] irodalom. Ha azt kívánjuk, hogy a 3. ábrán felvázolt kettős T hídunk a kihangolási frekvencián szakadásként viselkedjen, akkor az alábbi feltételt kell teljesítenünk:

$$2C / C_p = R / 2R_p = n,$$

ahol  $n$  tetszőleges pozitív értéket vehet fel.

Ha teljesül a fenti egyenlőség, akkor a kiegyenlítés frekvenciája:

$$f_0 = \sqrt{n} / 2\pi RC.$$

A jósági tényező a kapcsolási elemek viszonyától függ:

$$q = \frac{\sqrt{n}}{2(1+n)}. \quad (3)$$

A fenti függvényt differenciálva adódik, hogy a szimmetrikus hídnak maximális a jósági tényezője  $n=1$  esetében. Látható, ez az eset szerepel a 2. ábrán:  $R_p = R/2$ ,  $C_p = 2C$ ,  $q = 1/4$ .

A kettős T hidakat régóta használják szelektív erősítőkben a 4. ábrán felvázolt tömbvázlat szerint. Ha  $K$ -val jelöljük a kettős T híd feszültségátviteli tényezőjét, a visszacsatolt erősítő erősítése:

$$A = \frac{A_1}{1 + A_1 K}. \quad (4)$$

Feltételezve, hogy az erősítő kimeneti ellenállása kicsi, bemeneti ellenállása pedig nagy,  $K$  helyébe az üresjárásban dolgozó kettős T híd átviteli tényezőjét helyettesíthetjük. Ilyenkor az  $f_0$  környezetében, kis elhangolásokra, az erősítő amplitúdó-karakterisztikája olyan lesz, mint a párhuzamos LC rezgőkör karakterisztikája:

$$\left| \frac{A}{A_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2 q_e^2}},$$

ahol  $\eta = (f/f_0) - (f_0/f)$ , a relatív elhangolás. Az equivalens jósági tényező:

$$q_e = q \sqrt{(1 + A_1)^2 - 1} \approx (1 + A_1) q.$$

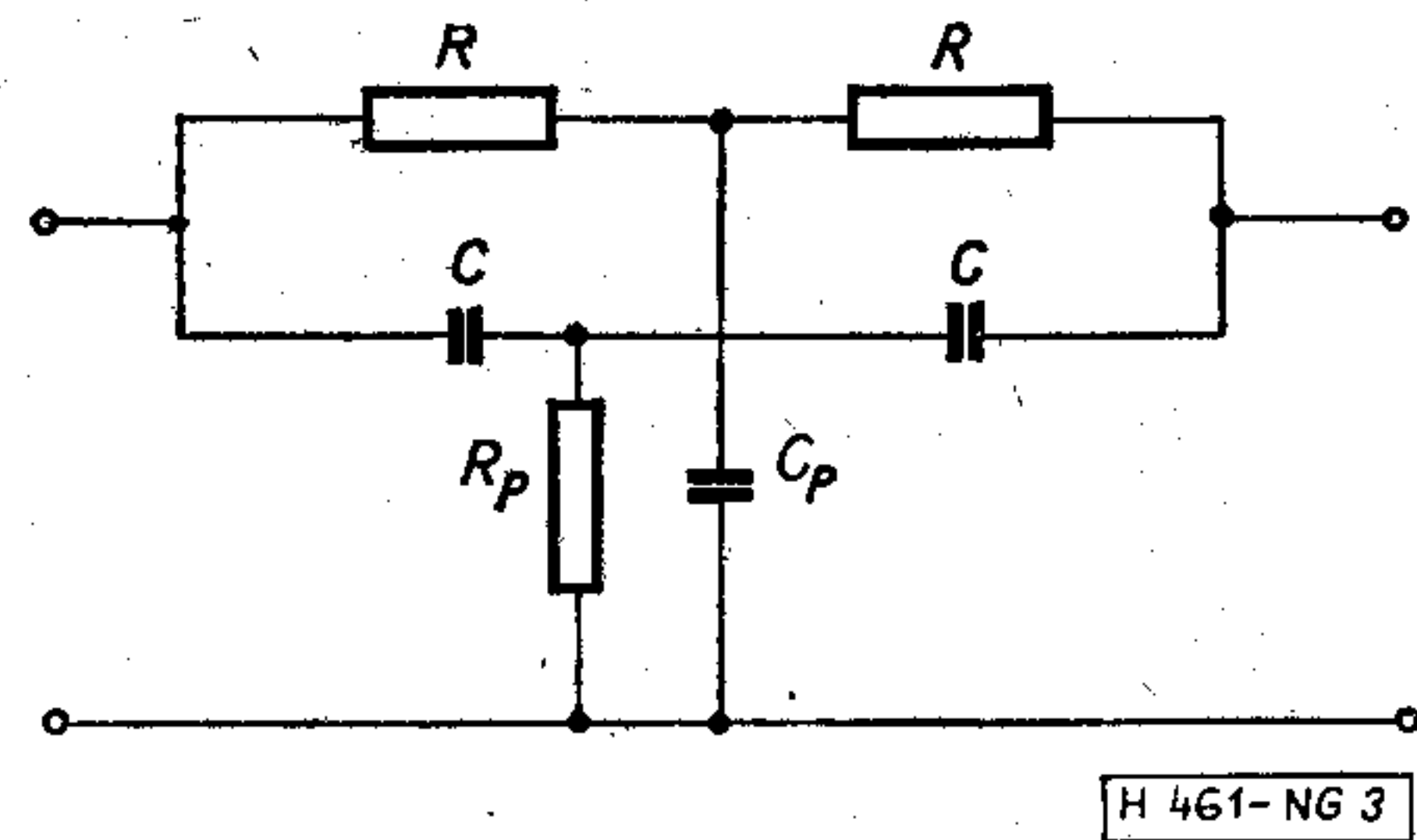
A FEN áramkört ezek után úgy kapjuk meg, hogy a visszacsatoló ágba is beiktatunk egy erősítőt ( $A_2$ ), és az  $A_1$  erősítést negatív visszacsatolással ( $R_V$  és  $R_E$  ellenállások beépítésével) csökkentjük. Ekkor az erősítés és a jósági tényező:

$$A = \frac{A_1}{1 + A_1 A_2 K}, \quad Q = (1 + A_1 A_2) q.$$

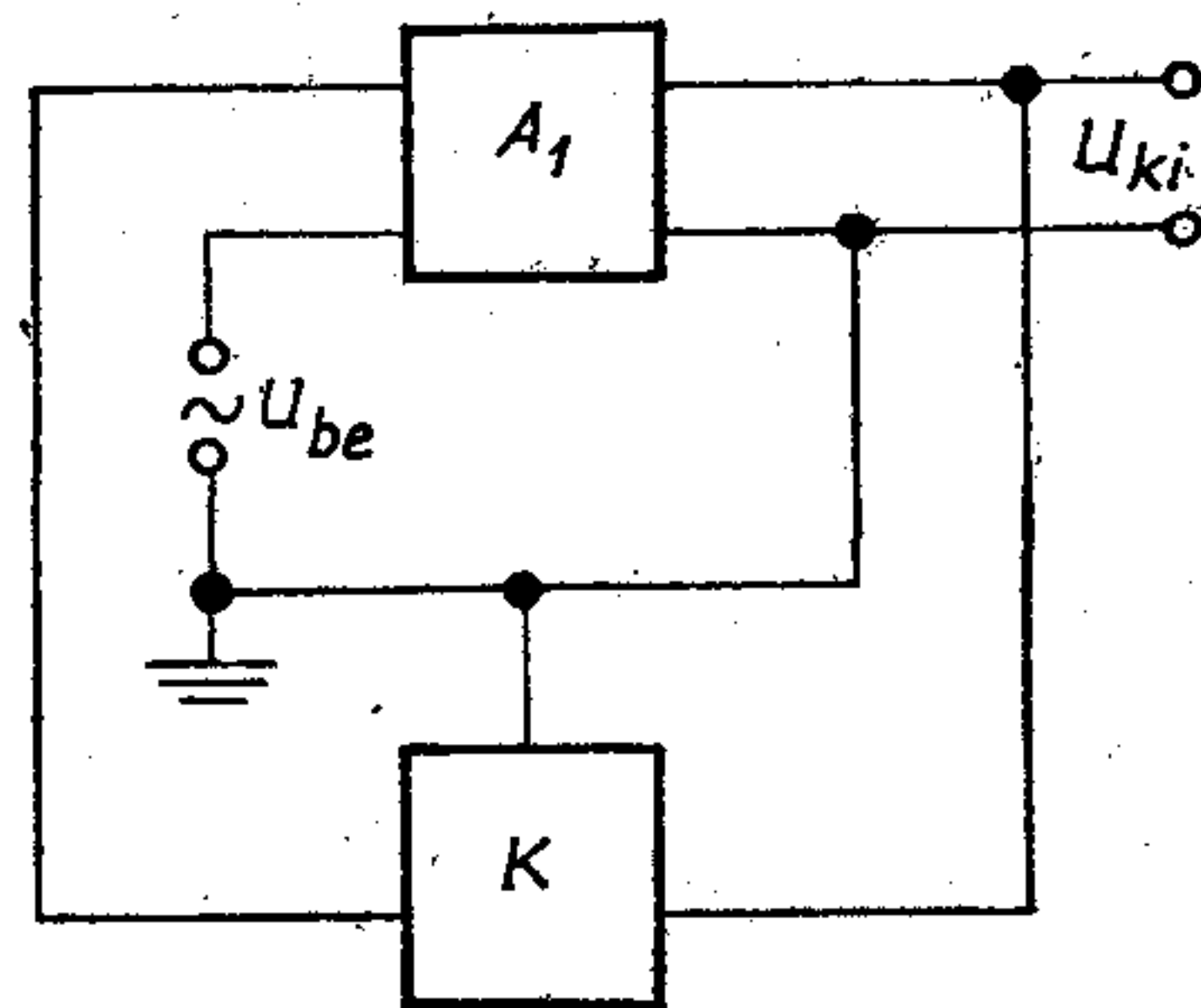
Látjuk, hogy változatlan maximális  $A_1$  erősítés esetén a  $Q$ -t, és a sávszélességet változtathatjuk  $A_2$  változtatásával.

### A FEN áramkör érzékenysége

Először a kettős T híd  $K(s)$  hálózati függvényének az érzékenységét fogjuk megvizsgálni a híd kapcsolási elemeire vonatkoztatva. A híd kapcsolási elemeinek a pontatlansága miatt ugyanis nem teljesül a nulla kiegyenlítetttség feltétele, így nem lesz olyan  $f_0$  frekvencia, amelyen  $K=0$ .  $K$ -nak az új minimum helyét jelöljük  $f_{ou}$ -val és  $f_0 - f_{ou}$ -t,  $\Delta f$ -tel. A szimmetrikus híd bármelyik kapcsolási elemét relatíve azonos mér-



3. ábra



4. ábra



tétkben megváltoztatva, a legrosszabb esetre számított eredő relatív frekvenciaváltozás:

$$\left| \frac{\Delta f}{f_0} \right| = 2 \left| \frac{\Delta R}{R} \right| = 2 \left| \frac{\Delta C}{C} \right|. \quad (5)$$

Az új minimumhelyhez,  $f_{ou}$ -hoz tartozó minimális érték a legrosszabb esetre számolva:

$$K_{ou} = \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta R}{R} \right|. \quad (6)$$

A (6) egyenlőség alapján áttérhetünk az egész FEN áramkör amplitúdó-karakterisztikájának, a híd kapcsolási elemeire vonatkoztatott érzékenységére:

$$\left| \frac{\Delta}{A_1} \right| \approx \frac{A_1 A_2}{2} \left| \frac{\Delta R}{R} \right|.$$

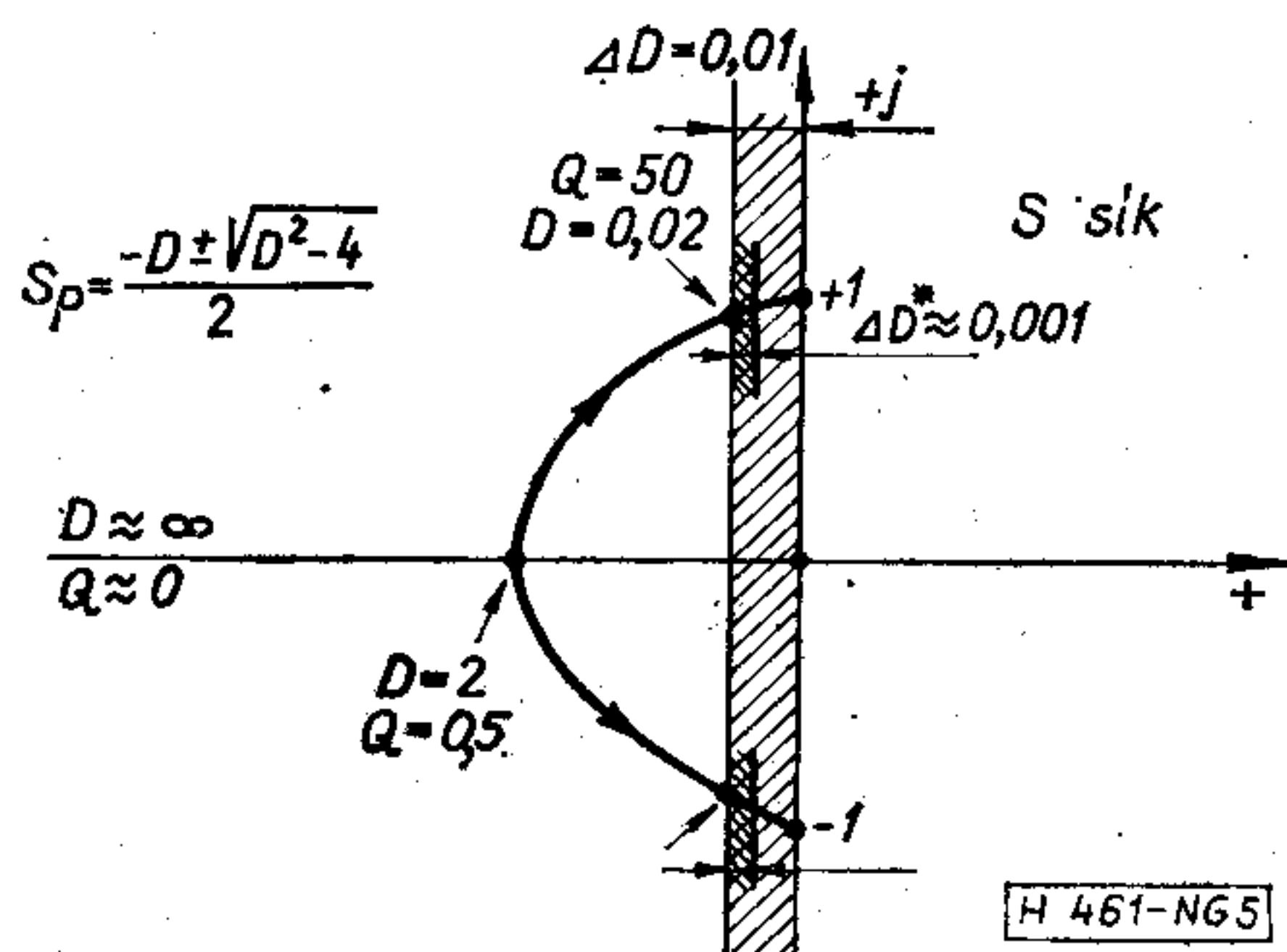
Behelyettesítve a fenti egyenlőségbe a (2) összefüggés alapján a jósági tényezőt, kapjuk:

$$\left| \frac{\Delta A}{A_1} \right| = \frac{4Q-1}{2} \left| \frac{\Delta R}{R} \right|$$

Látjuk, hogy a jósági tényező növelésének (a sávzélesség csökkentésének) az amplitúdó-karakteristika érzékenysége szab határt. Az általunk ismert FEN áramkör esetében a jósági tényezőt  $Q=5$  és  $Q=50$  között célszerű megválasztani. Amennyiben az amplitúdó-karakteristikát 10%-os tűréssel adjuk meg, ennek realizálásához  $Q=5$  esetében a híd kapcsolási elemeit 1%-os pontossággal kell megépítenünk. Viszont ugyanilyen feltételek mellett  $Q=50$  esetében a híd kapcsolási elemeivel szemben igen komoly 0,1%-os tűrési követelmény lép fel.

Szerencsére az aktív szűrőknél az erősítés abszolút értékének a nagysága nem elsőrendű fontosságú. A sávközép elhangolódása  $Q=50$ -nél 2% és  $Q=5$ -nél már csak 0,2%, ha a híd kapcsolási elemeinek a tűrése 1%-os. Hasonlóan jobb a helyzet a sávzélesség érzékenységevel kapcsolatban is.

Igen fontos azonban az, hogy FEN áramkörünk ne legyen gerjedékeny. Éppen ezért mielőtt a FEN áramkör szintéziséhez hozzá fogtunk volna, a [3] irodalomból átvettük és átalakítottuk a szimmetrikus kettős T híd feszültségátviteli tényezőjét, felírtuk a hurokerősítést. A gyökhelygörbét az 5. ábrán láthatjuk. A gyökhelygörcbe paramétere a  $Q=1/D$ . Látjuk  $Q=0,5$ -nél konjugált komplex pólusok jelennek meg az  $S$  síkon.  $Q=50$ -nél még mindig  $\Delta D=0,01$  széles biztonsági sáv választ el a gerjedéstől. Mivel



5. ábra

a híd jósági tényezőjének a híd kapcsolási elemeire vonatkoztatott érzékenysége  $n=1$  esetben a (3) összefüggésből számítva zérusnak adódik, ezért a jósági tényező relatív változása:

$$\left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| = \left| \frac{\Delta A_1}{A_1} + \frac{\Delta A_2}{A_1} \right| \frac{4Q-1}{4Q}.$$

$A_1 = R_V/R_E$  és  $A_2 = R_0/R_{01}$  a frekvenciafüggetlen negatív visszacsatolások miatt. Így  $\left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| \approx 4 \left| \frac{\Delta R}{R} \right|$ .

Feltételezzük, hogy mindegyik ellenállás relatív megváltozása azonos. A bevezetett közelítések ellenőrzésére kerekítjük fel a jósági tényező relatív megváltozását, és akkor a mérésekkel összhangban megkapjuk azt az eredményt, hogy  $Q=50$ -nél, 1%-os ellenállás tűrések mellett, a  $Q$  jósági tényező stabilitása 5%:

$$\left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| \approx 5 \left| \frac{\Delta R}{R} \right|$$

Az 5. ábrán láthatjuk, hogy ez a változás a  $\Delta D=0,01$  széles biztonsági sávból csupán  $\Delta D=0,001$  szélességű sávot használ el, felfelé kerekítve.

A FEN áramkört azonban láncba kapcsoljuk az 1. ábra szerinti passzív RC négy-pólussal, amely meghatározza az így kapott aktív szűrő jellegét (alul-, felüláteresztő vagy sávszűrő jellegét). Ezért a következő fejezetben a FEN áramkör és az RC négy-pólus lánckapcsolásából összeállított aktív szűrő érzékenységevel foglalkozunk.

#### FEN áramkörös aktív szűrő érzékenysége

Mivel sávszűrőt kívánunk építeni, a 6. ábráról átmásoljuk a megfelelő admittancia függvényt:

$$Y_{11} = K_r \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_p}{q} + \omega_p^2},$$

ahol  $K_r = \frac{1}{R_1 R_4 C_3}$ ,  $\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_4 C_2 C_3}}$ ,

$$q_r = \frac{\sqrt{R_1 R_4 C_2 C_3}}{(R_1 + R_4) C_2 + R_4 C_3}.$$

A FEN áramkör transzfer impedanciája:

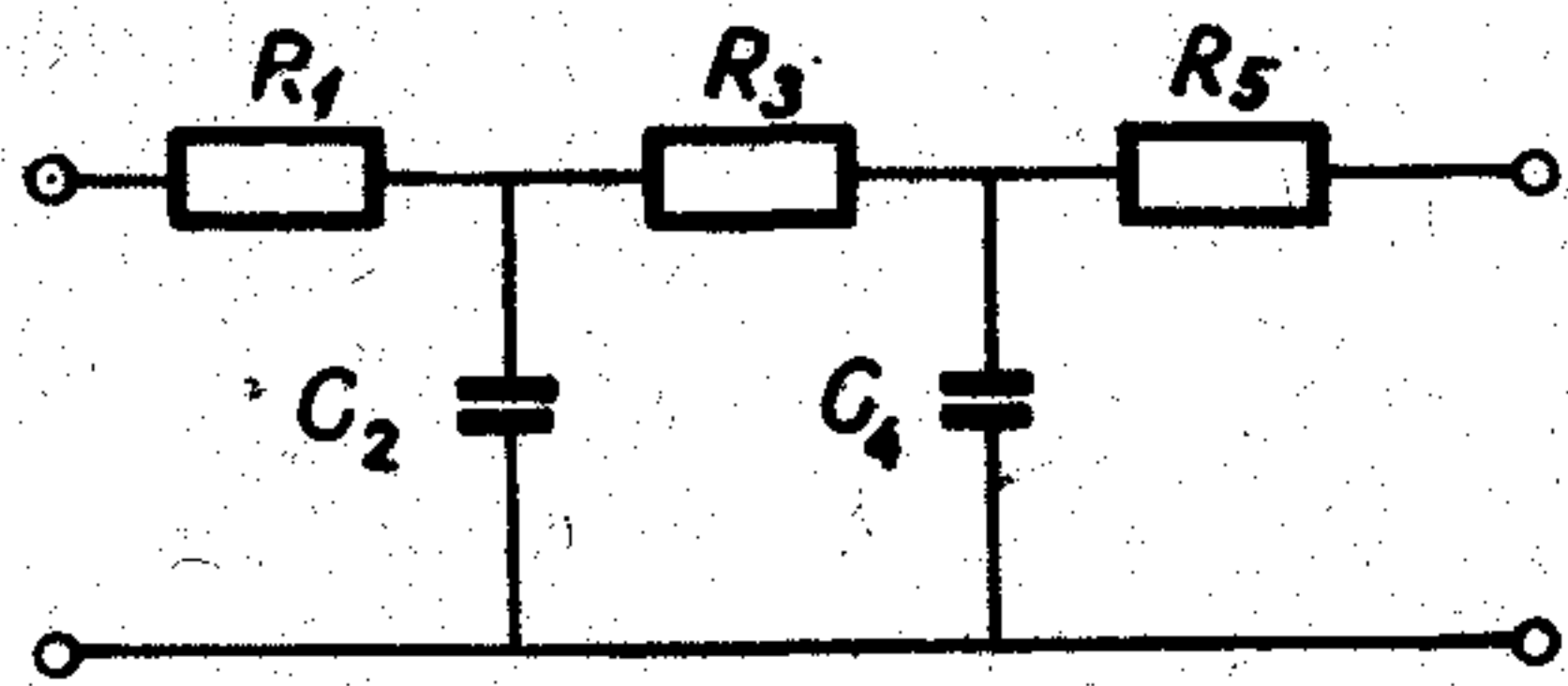
$$Z_{21} = K_k \frac{s^2 + \frac{\omega_0}{q} s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2},$$

ahol  $K_k = \frac{q}{Q} R_V$ ,  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ ,  $q = 1/4$ ,  $Q$  a FEN áramkör jósági tényezője.

A 7. ábrán felvázolt kapcsolás szerint (1) az eredő feszültség-erősítés az  $\omega_p = \omega_0$  és  $q_r = q$  feltételek teljesülése esetén:

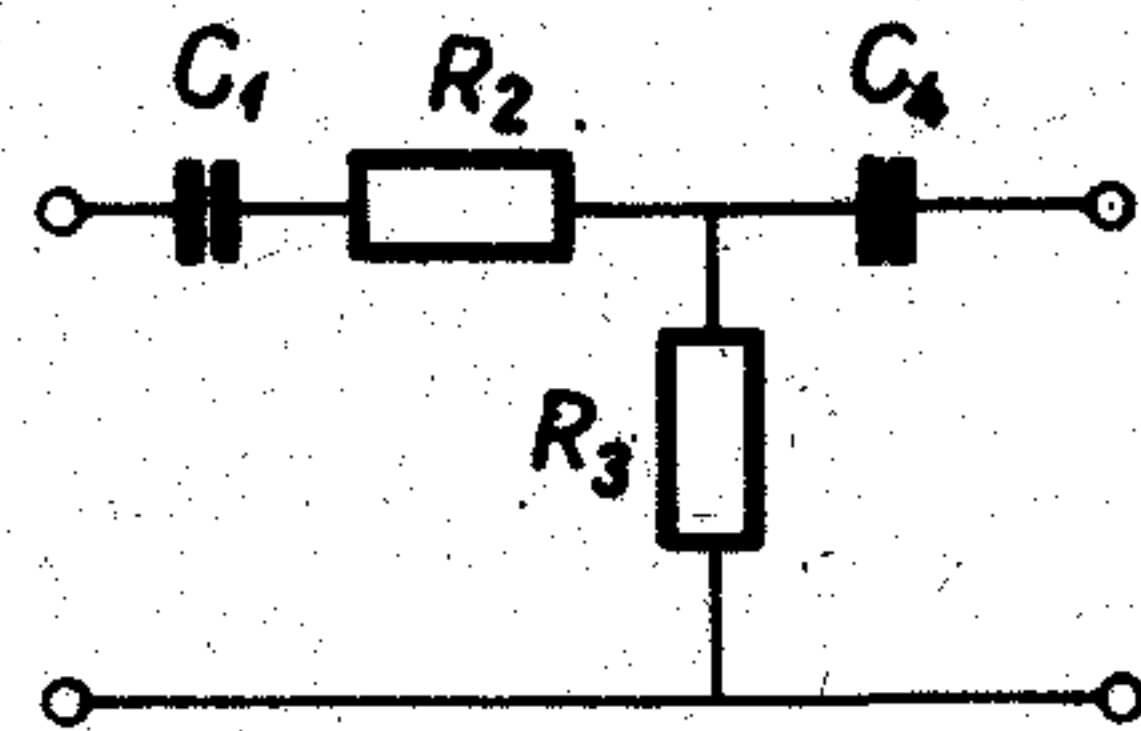
$$A(s) = K_r K_k \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}. \quad (7)$$





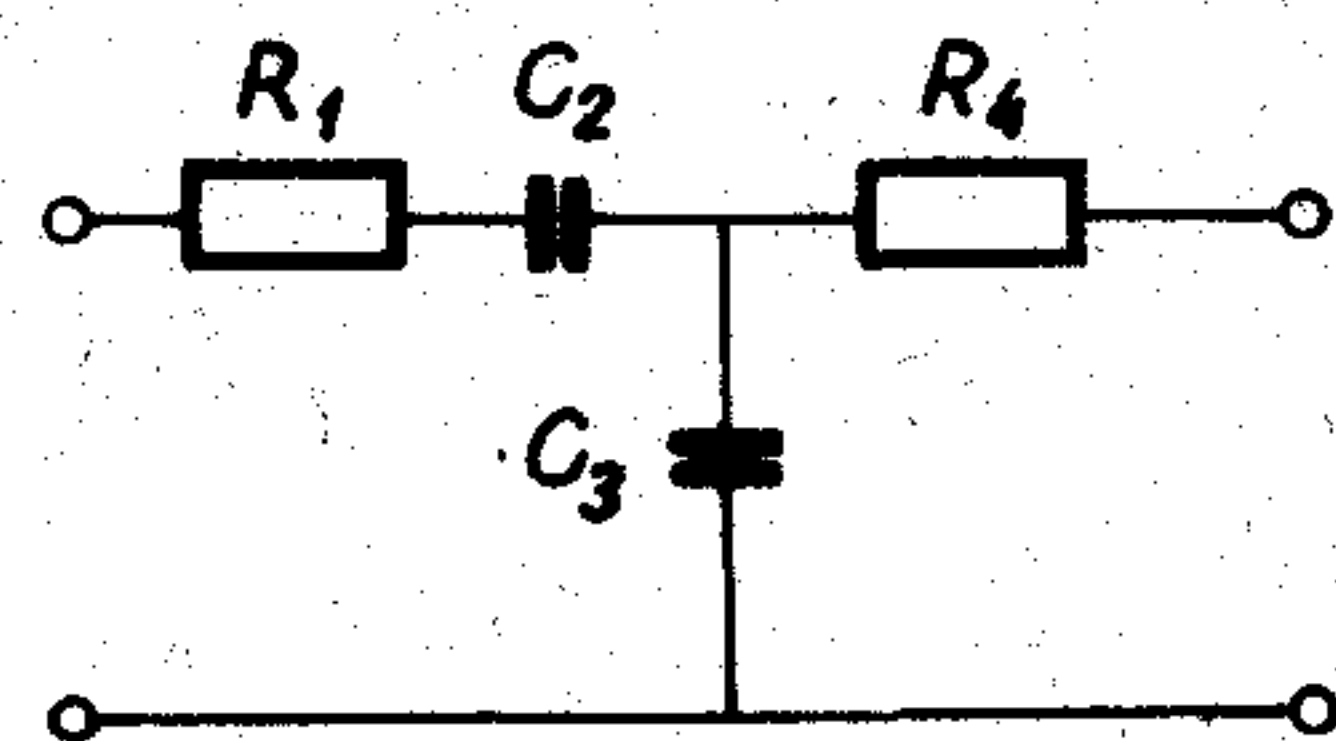
Aluláteresztő:

$$Y_{tt} = K_r \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_r} s + \omega_p^2}$$



Feluláteresztő:

$$Y_{tt} = K_r \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_r} s + \omega_p^2}$$



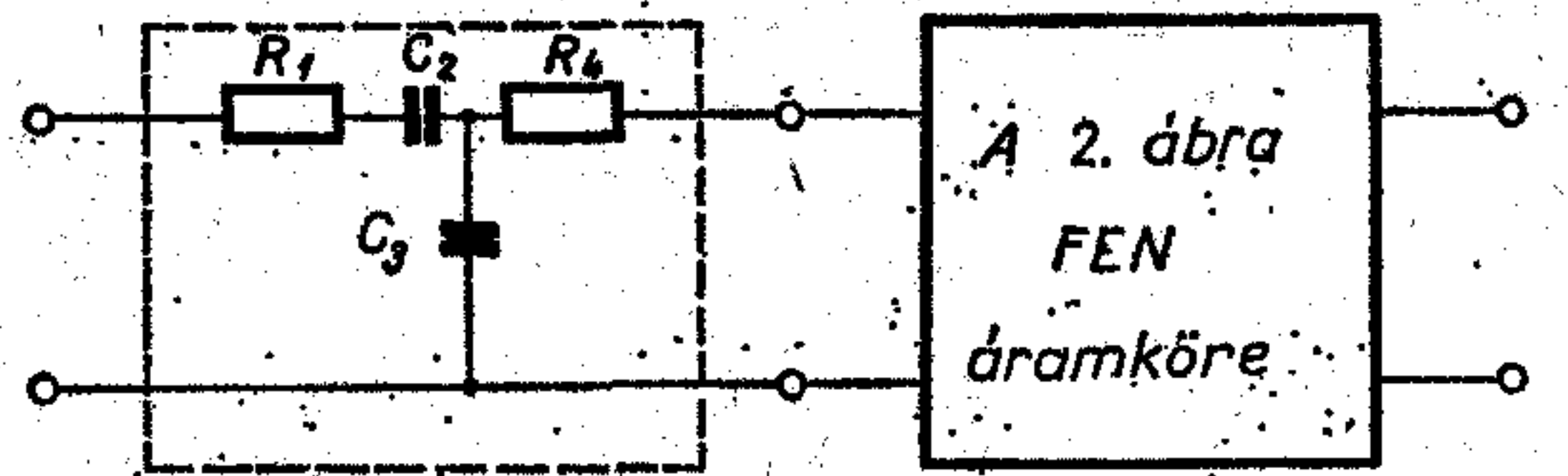
Sávszűrő:

$$Y_{tt} = K_r \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_r} s + \omega_p^2}$$

$s$  - a komplex frekvencia,  
 $Q_r$  - a jósági tényező,  
 $\omega_p$  - a pólusfrekvencia.

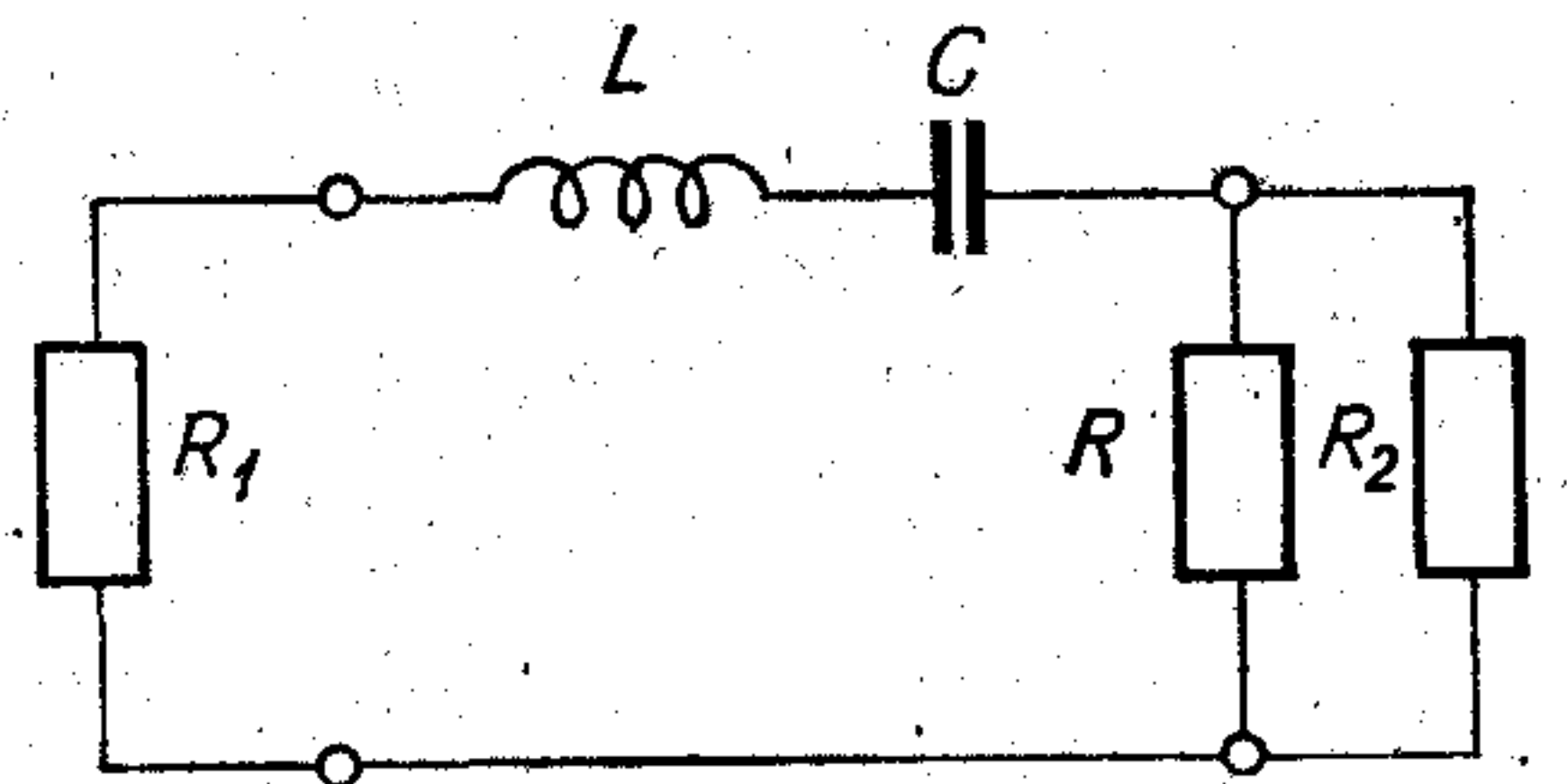
H 461-NG 6

6. ábra



H 461-NG 7

7. ábra



H 461-NG 8

8. ábra

Ez az átviteli függvény megegyezik a 8. ábrán látható LC kapcsolás  $A(s)$  átviteli függvényével.

A maximum helye:  $\omega = \omega_0$ .

A maximális feszültség-erősítés:  $|A(j\omega)|_{\max} = K_k K_r Q$ .

Vezessük be a következő jelölést:  $P_1 = \omega_0$ ,  $P_2 = Q$ ,  $P_3 = K_r K_k$ . Mivel a hálózati függvényünk  $A(s) = A(P_i; s)$  alakban van megadva, a [4] irodalom alapján felírhatjuk aktív szűrőnk érzékenységi mátrixát,  $P_i$  az  $X$  elemértékek függvénye.  $X_1 = R_1$ ,  $X_2 = C_2$ ,  $X_3 = C_3$ ,  $X_4 = R_4$ ,  $X_5 = R_V$ ,  $X_6 = R_E$ ,  $X_7 = R$ ,  $X_8 = C$ ,  $X_9 = R_{01}$ ,  $X_{10} = R_0$ .

Definiálhatjuk a  $P$  paraméterfüggvények érzékenységét a kapcsolási elemekre vonatkoztatva:

$$S_{X_i}^{P_j} = \frac{\partial \ln P_j}{\partial \ln X_i} = \frac{\partial P_j}{\partial X_i} \frac{X_i}{P_j}$$

Ennek alapján a  $j$ -edik paraméter teljes megváltozása:

$$\frac{\Delta P_j}{P_j} = \sum_{i=1}^{10} S_{X_i}^{P_j} \frac{\Delta X_i}{X_i}$$

A fenti egyenletrendszer mátrix alakban felírva:

$$p = Sx$$

ahol  $p$  a  $\frac{\Delta P_j}{P_j}$  komponensekből képzett oszlopvektor,  $x$  szintén oszlopvektor, amelynek komponensei  $\frac{\Delta X_i}{X_i}$ .

Az  $S$  érzékenységi mátrix elemeit az ábráinkon található jelölésekkel írjuk fel, bevezetve a  $K = K_r K_k$  jelölést is:

$$\begin{bmatrix} S_{R_1}^{\omega_0} & S_{C_2}^{\omega_0} & S_{C_3}^{\omega_0} & S_{R_4}^{\omega_0} & S_{R_V}^{\omega_0} & S_{R_E}^{\omega_0} & S_R^{\omega_0} & S_C^{\omega_0} & S_{R_{01}}^{\omega_0} & S_{R_0}^{\omega_0} \\ S_{R_1}^Q & S_{C_2}^Q & S_{C_3}^Q & S_{R_4}^Q & S_{R_V}^Q & S_{R_E}^Q & S_R^Q & S_C^Q & S_{R_{01}}^Q & S_{R_0}^Q \\ S_{R_1}^K & S_{C_2}^K & S_{C_3}^K & S_{R_4}^K & S_{R_V}^K & S_{R_E}^K & S_R^K & S_C^K & S_{R_{01}}^K & S_{R_0}^K \end{bmatrix}$$

Az érzékenységi mátrix első sorának megfelelő sorvektor:

$$[0,5 \ 0,5 \ 0,5 \ 0,5 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$$

Összegezve a sort látjuk, hogy az (5) képletnek megfelelően a FEN áramkör 2-es értéket ad, és ehhez adódik a passzív RC négyfókus 1,5-ös értéke. Tehát:

$$\left| \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right| = \left| \frac{\Delta f}{f_0} \right| = 3,5 \left| \frac{\Delta R}{R} \right|$$

Az érzékenységi mátrix első sorának a kiszámításához csupán azon feltételek teljesülését vettük figyelembe, amelyekkel a (7) átviteli függvényt is kaptuk, és így ezek értéke minden FEN áramkörös aktív szűrőnél ugyanaz.

Az érzékenységi mátrix második sora már a konkrét aktív szűrőtől függ. Mivel  $Q$  érzékenysége aktív szűrőknél alapvető fontosságú és a szintézis során adódnak szabadon megválasztható paraméterek, lehetséges az első négy érzékenységi tényező összegét minimalizálni. Abban az esetben adódik a legkisebb érzékenység, amikor passzív LC-t utánzunk, az eredő maximális erősítés egyszeres. A második sor 5., 6., 9. és 10. eleme, az eléző fejezetben elmondottakkal egybehangzóan a jósági tényezőtől függ. Az általunk megépített aktív szűrő érzékenységi mátrixának második sora:

$$\left[ 0,34; \ 0,34; \ 0,34; \ 0,34; \ \frac{4Q-1}{4Q}; \ \frac{4Q-1}{4Q}; \ 0, \ 0, \ \frac{4Q-1}{4Q}; \ \frac{4Q-1}{4Q} \right]$$

$$\text{Látjuk, hogy } Q=50\text{-nél, } \left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| = 5,3 \left| \frac{\Delta R}{R} \right|$$

Az érzékenységi mátrix harmadik sorával, kisebb jelentősége miatt, nem foglalkozunk.

**Megépített közepes Q-jú FEN áramkörös aktív szűrő**

A 2. és 7. ábrán látható kapcsolásokat építettük meg. A kapcsolási paraméterek értékeit számítógéppel számítottuk ki. Az ALGOL nyelven írt számítógép-programunk bemenő adatai a következők:

- az aktív sávszűrőt terhelő be és kimeneti ellenállások értéke,
- az a frekvencia, ahol a maximális kiemelést kell végrehajtani,
- a sávzélesség,
- az ellenállásrendség, amelyet úgy választhatunk meg, hogy kényelmesen realizálható paraméterértékeket kapjunk,
- az eredő feszültségerősítés a sávközépen, amelyet mi érzékenységi és passzív LC áramkört utánzó megfontolásból egységnyinek választottunk.

Programunk alapján a számítógép kiszámította: a realizálandó átviteli függvény együtthatóit, a megfelelő passzív LC áramkör kapcsolási paramétereit,

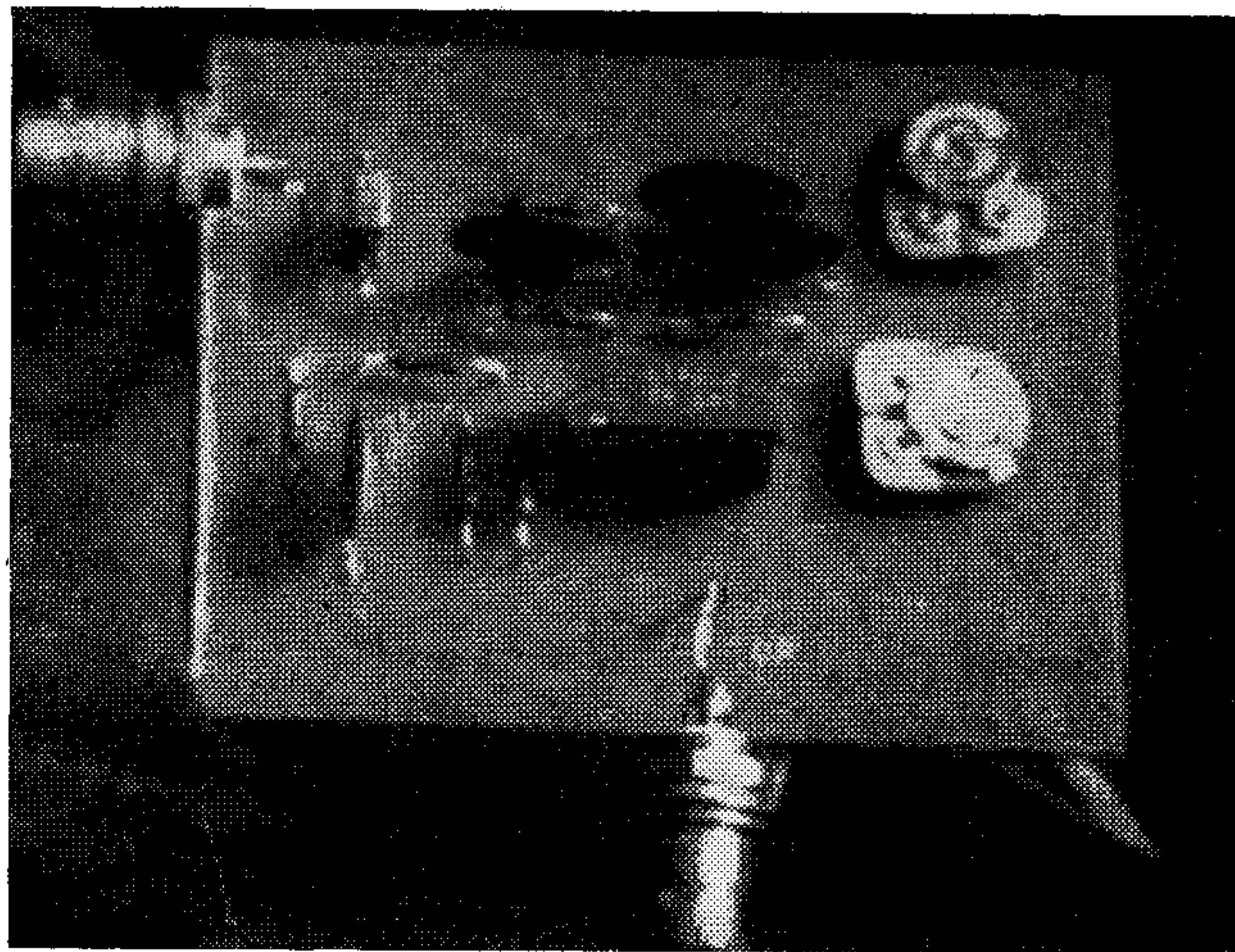
aktív szűrőnk kapcsolási paramétereinek relatív értékét.

Megfelelő kulcs lenyomásával beadható az ellenállásrendség, és ezután a számítógép kinyomtatja a kapcsolási paraméterek táblázatát.

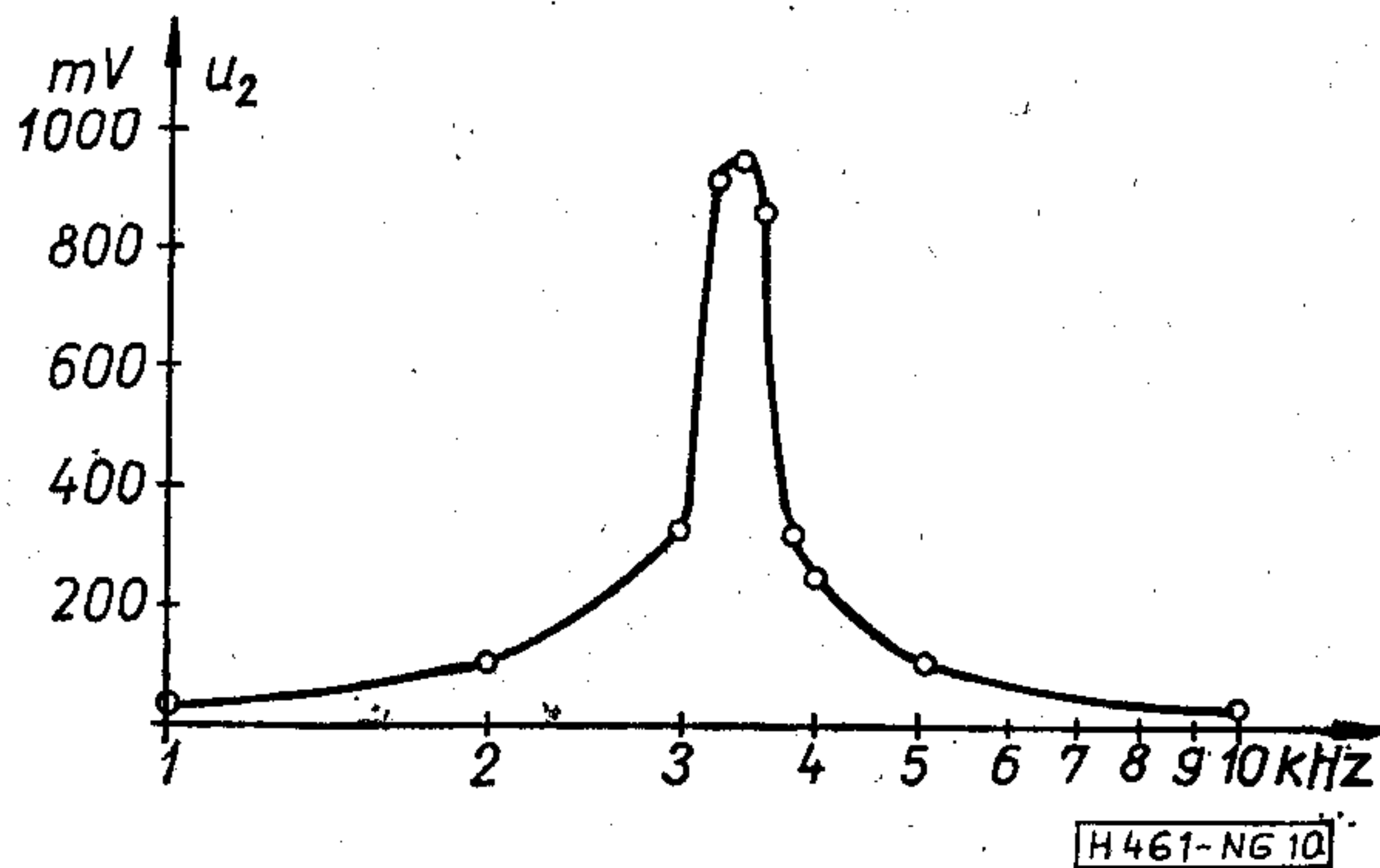
Az adatszagról bevitt bemenő adatokat és a számítógép által kinyomtatott értékeket az 1. táblázat tartalmazza.

A programunk által számítógép segítségével szintetizált aktív szűrőt Galambos András, a Közlekedési és Távközlési Műszaki Főiskola hallgatója építette meg és mérte be. A megépített aktív szűrőt a 9. ábrán láthatjuk.

A mérési eredmények a számított tűréshatárokon belül jól egyeztek az előírt értékekkel. A 10. ábrán



9. ábra



10. ábra

**A datszagról bevitt bemenő adatok**

1. táblázat

| Jelölése az ALGOL progr.-ban | Sávközép<br>Hz<br>F | Sávzélesség<br>Hz<br>SAV | Primer ell.<br>ohm<br>R <sub>1</sub> | Szek. ell.<br>ohm<br>R <sub>2</sub> | Erősítés<br>A |
|------------------------------|---------------------|--------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|---------------|
| Beírt érték                  | 3,500               | 300                      | 5                                    | 10 <sup>6</sup>                     | 1             |

**Kiszámított paraméterek**

| Jelölése             | R <sub>V</sub> | R <sub>E</sub> | R <sub>1</sub> | R <sub>4</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | R     | C       |
|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|---------|
| Kinyomtatott értékek | 3,5 k          | 2,45 k         | 1,75 k         | 1,3 k          | 51,99 n        | 17,33 n        | 1,5 k | 30,02 n |

Ellenállás egysége 3,5 kohm, R<sub>0</sub> = 500 ohm.

Kinyomtatásra került még: érzékenységi mátrix, gerjedési biztonsági tényező.

**Beépített paraméterek**

2. táblázat

| Jelölése        | R <sub>V</sub> | R <sub>E</sub> | R <sub>1</sub> | R <sub>4</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | R     | C      |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|--------|
| Beépített érték | 3,6 k          | 2,5 k          | 1,8 k          | 1,2 k          | 47,0 n         | 15,0 n         | 1,5 k | 30,0 n |

Integrált áramkör:  $\mu A$  747, telepfeszültség:  $\pm 12$  V.

Bemenő feszültség effektív értéke: 1 V.

A sávközép mért frekvenciája: 3,400 Hz.

A 3 dB-es pontok frekvenciája: 3,23 KHz, illetve 3,53 kHz.

Jósági tényező: 11,6, maximális erősítés 3,4 kHz-en: 0,95. Az R<sub>0</sub> 500 ohmos potenciométer, amelyen beállítottuk a számított R<sub>01</sub>-et.



a kimért karakterisztikát láthatjuk. A beépített paraméterek értékét valamint a mérési értékeket a 2. táblázat tartalmazza.

A mérések alapján összefoglalhatjuk a FEN áramkörös szűrők előnyeit:

kis elemérzékenységgű, stabil, nem gerjedékeny szűrők építhetők a FEN áramkörök segítségével,

ugyanazon FEN áramkör alul-, felüláteresztő vagy sávszűrő RC négyfólyussal kombinálva különböző jellegű aktív szűrőket ad. Ezek az áramkörök jól felhasználhatók aktív hangszínszabályozóként, amplitúdó-korrektorként,

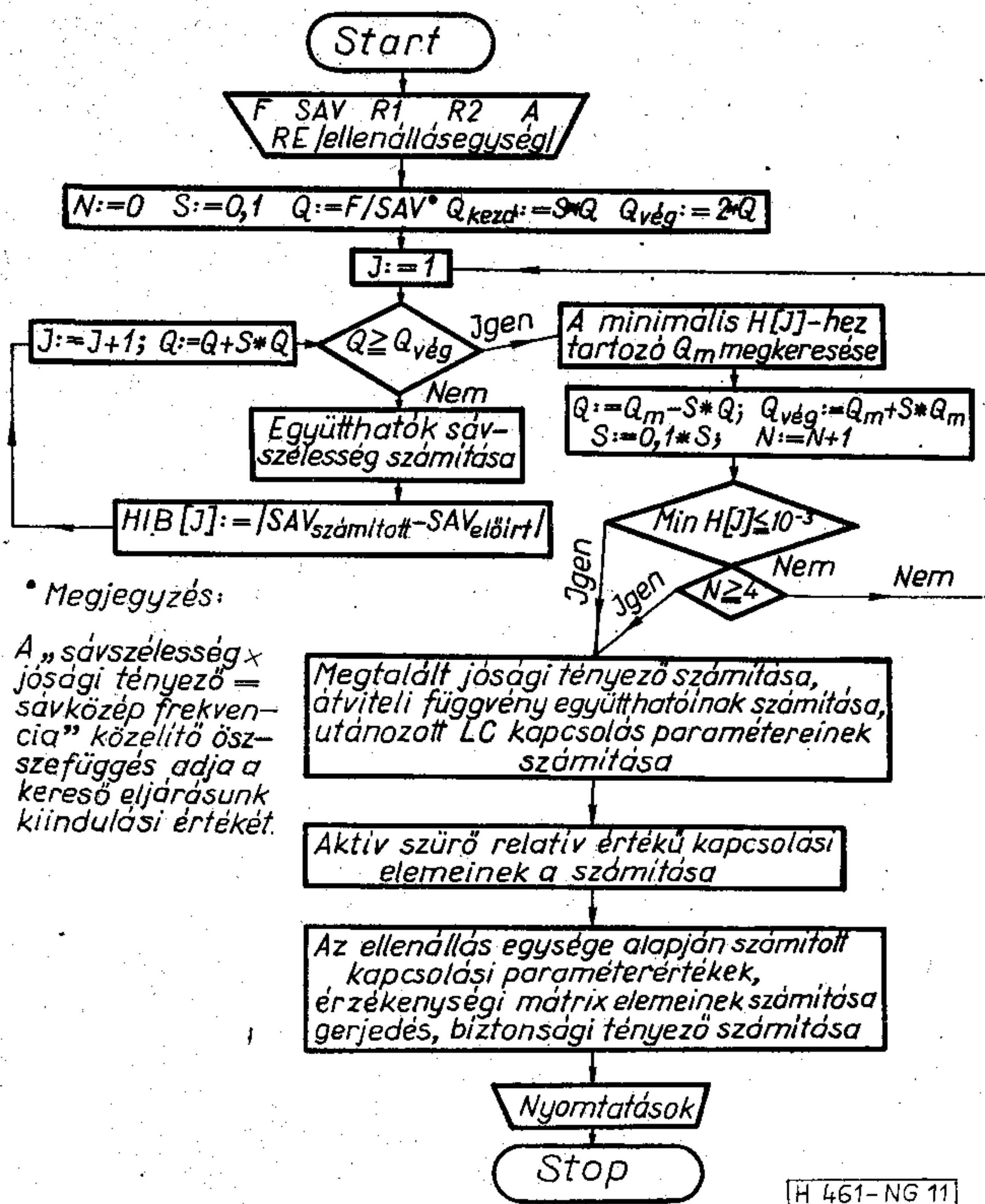
a FEN áramkörös szűrők tervezése egyszerű, könnyű számítógép-programot készíteni, amelynek futása kis gépen is maximum pár perc,

a megtervezett aktív szűrő megépítése nem kíván különös gondosságot. A kettős T tag elemeit 1%-os, a többi kapcsolási elemet a kereskedelemben kapható 2-3%-os ellenállásokból és kondenzátorokból építettük meg. A felhasznált integrált áramkörrel szemben nem kell különleges követelményeket támasztani.

### Az ALGOL program

A programunkat ODRA 1024 számítógépen futtattuk. A program folyamatábráját a 11. ábrán láthatjuk.

A program két részből áll. Az első rész iterációs eljárás, amely a beolvasott adatok alapján kiszámítja az aktív szűrő átviteli függvényének az együtthatóit.



11. ábra

Megépített áramkörünknel:

$$u_2/u_1 = K \frac{0,0843s}{s^2 + 0,0843s + 1}$$

Ezután a számítógép kinyomtatja a 8. ábrán látható LC áramkör kapcsolási paramétereit, amelynek karakterisztikáját szimulálni akarjuk a FEN áramkörös aktív szűrővel. Megépített aktív szűrők esetében:

$$L = 2,69 \text{ mH}, \quad C = 0,76 \mu\text{F},$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \approx 5 \Omega.$$

A program második része az aktív szűrő kapcsolási paramétereit számítja ki.

Az 1. táblázatban feltüntetett bemenő adatok esetén az aktív szűrő kapcsolási paramétereinek relatív értékei:  $R_V = 1$  (ellenállásegység),  $R_E = 0,7$ ,  $R_1 = 0,5$ ,  $C_2 = 4$ ,  $C_3 = 1,333$ ,  $R_4 = 0,375$ ,  $R = 0,433$ ,  $C = 2,309$ ,  $Q = 11,86$ ,  $A_1 A_2 = 46,44$ ,  $K_k = 0,021$ ,  $K_r = 4$ ,  $A_0 = 1$  (maximális eredő feszültségerősítés).

Mivel a passzív RC négyfólyus szekunder oldali terhelése jó közelítéssel  $R_E$ , ezért az  $R_E$  értéke megadja az RC passzív négyfólyus csillapítását az  $f_0$  frekvencián,  $A_{0RC} = K_r q R_E$ . Példánkban  $A_{0RC} = 0,7$ ,  $A_{0FEN} = 1/0,7 = 1,41$ . Mivel  $A_1 = A_{0FEN}$ , ezért  $A_2 = 32,93$ . Az  $A_2 = R_0/R_{01}$  összefüggés alapján beállítható a fenti  $A_2$  érték:  $R_0 = 0,14$ ,  $R_{01} = 0,0043$ .

Az ellenállás egységét 3,5 kohmra választva kapjuk a számítógép által kinyomtatott eredményeket (1. táblázat).

Programunk általában az LC kapcsolást utánozó legkisebb érzékenységgű aktív szűrőt szintetizálja, ilyenkor a bemenő adatok között szereplő „erősítés a sávközépen” egységnyi.

Programunk alapján a számítógép az érzékenységi mátrixot is kiszámítja, és a gyökhelygörbe alapján közli a gerjedési biztonságot is (5. ábra).

Természetesen szintetizálhatunk olyan FEN áramkörös aktív szűrőt is, amelynek erősítése a sávközépen nem egységnyi. Ezen megépített második változatnál  $A_0 = 2,8$ ,  $A_1 = 8,33$ ,  $A_2 = 5,57$ ,  $A_{0RC} = 0,34$ . A sávközép 3,3 kHz,  $Q = 11,86$ . Ebben az esetben  $R_V = 30,0$  kohm,  $R_E = 3,6$  kohm és  $R_0 = 1$  kohm.

Az érzékenységi viszonyok kifokú, nem számottevő romlása mellett ez az aktív szűrőnk is stabil, nem gerjedékeny.

### I R O D A L O M

- [1] Moschytz G. S.: FEN Filter Design Using Tantalum and Silicon Integrated Circuits. Proc. IEEE, Apr. 1970
- [2] Nemesszeghy Gy.: LC négyfólyusok szimulálása aktív áramkörökkel. Híradástechnika, 1975. augusztus, XXVI. évf. 8.
- [3] Andrejev—Kobak: Szelektív erősítők kettős T szűrőkkel. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1965.
- [4] Kovács O.: Beállítási módszerek bikvadratikus aktív RC alaptagok sorozatgyártásnál. Híradástechnika, 1976. október, XXVII. évf. 10.



## Elektromágneses hullámterjedés; a csoportsebesség analízise

ETO 537.871.124

Az elektromágneses hullámterjedési vizsgálatok egyik alapvető kérdése — a mindenkori hullámkép meghatározása mellett — az energia (jel, jelzés, hullámcsomag stb.) haladásának vizsgálata a hullámképben. Ennek közismert gyakorlati fontossága mellett emlékeztetni kell elméleti jelentőségére is, mivel az energiaterjedés leírása közvetlenül kapcsolódik az elektromágneses tér energiaimpulzus tenzora felírásának véglegesen nem lezárt kérdéséhez.

A korábbi vizsgálatokban kialakított „inhomogén alapl módusok módszere” segítségével [1] a szokásostól eltérő módon, közvetlenül a Maxwell-egyenletekből származtathatjuk az energia terjedését jellemző sebességet; szokásos nevén „csoportsebességet” —  $\bar{v}_g$ . Ehhez mindenekelőtt vizsgáljuk meg az elektromágneses energia leírásának és terjedése jellemzésének szokásos módszerét.

### 1. A feladat és a kiindulás

Az elektromágneses tér energiáját ugyanúgy a tapasztalatból absztrahált alapvető Maxwell-egyenletekből határozzuk meg, mint a hullámképet, például [1]-gyel összhangban:

$$\begin{aligned}\bar{\nabla} \times \bar{H} &= \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \\ \bar{\nabla} \times \bar{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \\ \bar{\nabla} \cdot \bar{B} &= 0 \\ \bar{\nabla} \cdot \bar{D} &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

(1)-ből származtatható az energiaegyenlet; azonban azt, hogy műveleteink eredménye energiasűrűség, illetve energia, a tapasztalat alapján döntöttük el. Ismert módon így, ha

$$\begin{aligned}\bar{D} &= \bar{\varepsilon} \bar{E} + \bar{\kappa} \bar{H} \\ \bar{B} &= \bar{\nu} \bar{E} + \bar{\mu} \bar{H},\end{aligned}\quad (2)$$

az általánosság kedvéért, ahol  $\bar{E}$  — az elektromos térerősség,  $\bar{D}$  — az eltolási vektor,  $\bar{B}$  — a mágneses indukció,  $\bar{H}$  — a mágneses térerősség,  $\bar{\varepsilon}$ ,  $\bar{\kappa}$ ,  $\bar{\nu}$ ,  $\bar{\mu}$  — a közegek jellemzők (permittivitás, stb.),  $\varepsilon_0$  és  $\mu_0$  — a vákuum permittivitása és permeabilitása,  $\bar{r}$  — a helyvektor,  $t$  — az idő, akkor [2]:

$$\oint_A (\bar{E} \times \bar{H}) d\bar{A} = - \int_V \left( \bar{H} \mu_0 \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \bar{E} \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \right) dV.\quad (3)$$

Itt  $A$  — felület,  $V$  — térfogat. Azt, hogy (1) bármely általános eset leírására is alkalmas, szintén igazolták [5].

Legyen a továbbiakban  $\bar{\varepsilon}$ ,  $\bar{\kappa}$ ,  $\bar{\nu}$  és  $\bar{\mu}$  független az elektromágneses hullám jellemzőitől — szigorúan lineáris közeg, s időben állandó. A közeg ne mozogjon. (Összhangban az [1]-ben közölt vizsgálatok érvényességi körével.) Emellett külön kitérünk majd az időben nem lineáris — más szóval diszperzív stb. közegekre. Bár ilyen módon az időben változó és a mozgó közegeket vizsgálataink köréből kizárjuk, belátjuk, hogy e vizsgálatok egyik közvetlen célja az időben változó és a mozgó közegek esetén tapasztalt nehézségek, illetve súlyos diszkrepanciák feloldásához vezető út keresése.

Ezen túlmenően nem vizsgáljuk a monokromatikus megoldás létezésének a feltételeit, hanem, (1) szerint feltesszük, hogy a megoldás

$$\bar{F} = \bar{F}_0 e^{j(\omega_0 t - \varphi)} = \sum_{i,l} (a_{il} e^{-j\varphi_{il}} \bar{F}_{0il}) e^{j(\omega_0 t - \varphi)},\quad (4)$$

alakban létezik, ahol  $\bar{F}_0$  és  $\varphi$  valamilyen módon változó függvények. Itt  $\bar{F}$  — a keresett elektromágneses térjellemező ( $\bar{E}$ ,  $\bar{D}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{H}$ ),  $\omega_0$  — a jel körfrekvenciája,  $\varphi_i$  — az inhomogén alapl módusok fázisfüggvényei,  $i = 1, 2, \dots, n$ , az egyes inhomogén alapl módusokat jelenti,

$$\sum_{i,l} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=v}^k,$$

$l=v$  — valós,  $k$  — képzetes komponenst jelent, ez utóbbiba beleértve a  $j$  imaginárius számot is,  $j^2 = -1$ ,  $\varphi_a$  stb. — jelentése ezután (4)-ből értelem szerűen adódik. (4) meghatározásával itt nem foglalkozunk, feltesszük, hogy az [1]-ben közölt megoldási mód és feltételei ismertek. A továbbiakban tehát (4) az (1) Maxwell-egyenletek ismert megoldása.

Az energialeoszlást leíró (3) egyenlet részletesebben is kiírható, s így analizálni lehet, hogy az adott  $V$  térfogatba zárt energia megváltozása milyen részfolyamatokból áll, azaz mi a kapcsolata az egyes részeknek az  $A$  felületen átáramló energiával:

$$\begin{aligned}\oint_A (\bar{E} \times \bar{H}) d\bar{A} &= \\ &= - \int_V \left( \varepsilon_0 \bar{E} \bar{\varepsilon} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \varepsilon_0 \bar{E} \bar{\kappa} \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + \mu_0 \bar{H} \bar{\nu} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \mu_0 \bar{H} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right) dV.\end{aligned}\quad (5)$$

A bal oldalon álló integrandus vektorteret szokás Poynting-vektornak nevezni, azaz

$$\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}.\quad (6)$$



Fizikai jelentése vákuumban bármely esetben könnyen megadható [2], anyag jelenlétében már nehezebben, míg mozgó stb. közegekben komoly problémákat vet fel [3].

Az eddigiek alapján látjuk, hogy közismert módon az energia terjedését (6)  $-\bar{S}$  — illetve  $\bar{S}$  megváltozása, mint „detektálható, terjedő jelenség” írja le. (4) alakja miatt azonban azonnal belátható, hogy  $\bar{S}$  és megváltozása értelmezése átlagolási problémákat vet fel, s ezért foglalkoznunk kell az átlagos energia egyértelmű megadhatóságának a kérdésével is.

## 2. A csoportsebesség szokásos tárgyalása

Mivel első ránézésre úgy tűnik, hogy az energia terjedése csak  $\bar{S}$  tényleges megváltoztatásával követhető nyomon, ezért a szokásos eljárásnál abból indulunk ki, hogy az elektromágneses hullámnak mindig van eleje és vége [4], s így minden esetben (még az ily módon hipotetikussá váló „monokromatikus” esetben is) hullámvonulatot, hullámcsomagot vizsgálunk. Ezzel egyben az átlagos energiafogalom használatától is eltekinthetünk, ami nagy könnyebbség.

A hullámcsomag szokásos felírása homogén közegben

$$\bar{F}(\bar{r}, t) = e^{j(\omega_0 t - \bar{k}_0 \bar{r})} \int_{\bar{k}_0 - \Delta \bar{k}}^{\bar{k}_0 + \Delta \bar{k}} \bar{F}_0(\bar{k}, \bar{k}_0) e^{j\left\{(\bar{k} - \bar{k}_0) \left[ \left( \frac{\partial \omega}{\partial \bar{k}} \right)_0 t - \bar{r} \right] \right\}} d\bar{k}, \quad (7)$$

ahol  $\bar{k}$  — terjedési vektor

$$\omega(\bar{k}) = \omega(\bar{k}_0) + (\bar{k} - \bar{k}_0) \left( \frac{\partial \omega}{\partial \bar{k}} \right)_0 + \dots$$

$$\omega(\bar{k}_0) \equiv \omega_0, \quad (8)$$

és a hullámcsomag spektrumát olyan szűknek vesszük, hogy a (8) lineáris közelítés elegendően pontos legyen. Ekkor a (7)-tel megadott „csoport” fázisát az integrálból kiemelt  $\exp. j(\omega_0 t - \bar{k}_0 \bar{r})$  írja le. E kiemelés formailag önkényes, azaz a sorfejtés helyének megválasztása nem szigorúan határozott. Az energiára jellemző amplitúdó terjedését (7)-ben az integrál állandó értékeiből adódó felületek haladásából ítéltetjük meg. Ha  $\bar{F}_0(\bar{k}, \bar{k}_0)$  lassan változó függvény, ami az adott esetben reális feltételezés, akkor ezen felületeket a

$$(\bar{k} - \bar{k}_0) \left[ \left( \frac{\partial \omega}{\partial \bar{k}} \right)_0 t - \bar{r} \right] = \text{állandó} \quad (9)$$

egyenlet adja meg. Innen a felületek terjedési sebessége tehát:

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \left( \frac{\partial \omega}{\partial \bar{k}} \right)_0 = \bar{v}_g, \quad (10)$$

a csoportsebesség. Megállapítható, hogy ha  $\omega(\bar{k}) \sim \bar{k}$ , akkor — mint az közismert —

$$\bar{v}_g = \bar{v}_f, \quad \text{ahol} \quad v_f = \omega_0 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial s} \right)^{-1}, \quad (11)$$

a fázissebesség és  $s$  az ívhossz a fázisút mentén. (Ugyanez levezethető az ismert „állandó fázis elve” alapján [4] stb.)

Ez a definíció önmagában korrekt, de néhány kérdést felvet:

— Nem válaszol általában az energiaáramlás sebességének a kérdésére a fenomenológiai leírás teljes érvényességi tartományán belül, ahol az esetek egy igen nagy részében folyamatos és sok esetben szigorúan monokromatikus jelekkel dolgozunk.

— A csoportsebesség e definiálása a felvett megoldási alakon és nem a Maxwell-egyenleteken keresztül történik!

— A (10) egyenlet alakja nem alkalmas arra, hogy a sokféle lehetséges közegben való terjedést összehasonlító módon vizsgáljuk, hiszen a közegjellemzők már önmagukban bonyolult módon bújtatva szerepelnek (10)-ben.

Következmény: A  $\bar{v}_g$  klasszikus tárgyalása nem tekinthető teljes vizsgálatnak, s ezért meg kell vizsgálni az energia megadásának kérdéseit, s terjedése Maxwell-egyenletek segítségével való vizsgálatának a lehetőségét.

## 3. Az elektromágneses energia meghatározása

Ahhoz tehát, hogy valamilyen általános és áttekinthető vizsgálatot kezdjünk az energiaterjedés analízisére, mindenekelett meg kell vizsgálni a terjedő energia — (5), illetve (6) — tulajdonságait a (4) megoldások esetén. E megoldások érvényességi tartományát ismerjük [1]. Ennél általánosabb vizsgálatot (nagyon inhomogén terek, mozgó vagy időben változó, inhomogén terek stb.) csak e vizsgálatokra építve kezdhetünk, mivel jelenleg számos homogén vagy inhomogén [2] esetben is sok megoldatlan kérdéssel találkozunk.

Mint az (5)-ből is kiderül, a fizikai mérésekben és vizsgálatokban nem  $\bar{S}$  szerepel közvetlenül, hanem valamely mérési felületen ( $\bar{A}$  vagy  $\Delta \bar{A}$ ) valamely idő ( $\Delta t$ ) alatt áthaladó energia vagy annak megváltozása, azaz az  $\bar{S}$  integrálja. Ezt esetleg azután egységnyi felületre vagy időre vonatkoztatjuk — átlagoljuk. Ilyen módon eredményünk nem csupán a hullámképtől, hanem az integrálási, illetve átlagolási felület és időtartam megválasztásától is függ.

Tehát alapvetően fontos kérdés: Milyen feltételek mellett kapunk a „mérési” felülettől és időtől független energia-átlagértéket? Függe-e az átlagolás eredménye attól, hogy az idő és felület szerinti átlagolás sorrendje milyen? Milyen tényezők érintik az energia-átlagolásra vonatkozó vizsgálatok egyértelműségét?

(6) alapján, (4)-et figyelembe véve a pillanatnyi Poynting-vektor felírható:

$$\bar{s}(\bar{r}, t) = \bar{E}(\bar{r}, t) \times \bar{H}(\bar{r}, t) \quad (12)$$

(12) segítségével megoldhatjuk már a  $\Delta \bar{A}$  felületen időegység alatt átáramló,  $\Delta t$  mérési időtartamra vonatkoztatott, átlagos  $\bar{W}$  energiát. (Az átlagértékjel  $\sim$  legyen.)



Ez:

$$\tilde{W} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \left[ \int_{\Delta \bar{A}} \bar{s}(\bar{r}, t) d\bar{A} \right] dt. \quad (13)$$

Azonban átlagenergiát kaphatunk más módon is:

$$\tilde{W}^0 = \int_{\Delta \bar{A}} \left[ \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \bar{s}(\bar{r}, t) dt \right] d\bar{A}. \quad (14)$$

(13) és (14) már lehetőséget ad a feltett kérdések egzakt megfogalmazására. Vizsgálatainkban addig beszélhetünk egyértelműen energiáról és átlagenergiáról, amíg

$$\tilde{W} = \tilde{W}^0, \quad (15)$$

és mellékfeltételként valamely  $(\bar{r}_0, t_0)$  egyértelmű és elegendően kis környezetében

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial (\Delta t)} \cong 0 \quad \text{és} \quad \overline{\text{grad}_{\Delta \bar{A}} \tilde{W}} \cong \text{const.}, \quad (16)$$

a közegre és a megoldásra tett eddigi feltételeink egyidejű teljesülése mellett. Tekintve, hogy (4) stacioner megoldás [1], ezért

$$\frac{\partial \bar{F}_0}{\partial t} \cong 0. \quad (17)$$

Így, ha az energiaterjedés vizsgálata valamilyen perturbáció alkalmazását kívánja meg, akkor is teljesülnie kell annak, hogy

$$\frac{\partial \bar{F}_0(\text{pert.})}{\partial t} \cong 0 \ll \frac{\partial \bar{F}}{\partial t}. \quad (18)$$

(18)-at a további vizsgálatokban mindig szem előtt kell tartani! Ekkor (13) és (14) számításánál a  $\Delta t$  időtartam alatt  $\bar{F}_0(\text{pert.}) \cong \text{áll.}$

A (13)–(17) egyenletek összevetése mutatja, hogy e vizsgálat indításánál már felhasználjuk, hogy időben nem változó közegben, monokromatikus, állandósult megoldás esetén vizsgáljuk az energiaanalízis lehetőségét és egyértelműségének a feltételeit. Ezért minden újabb esetben az új feltételek mellett az energia ilyen vagy hasonló elemzése újra elvégzendő.

### 3.1. A feladat analízise

Végezzük vizsgálatainkat az  $(\bar{e}_m, \bar{e}_n, \bar{e}_p)$  koordináta egységvektorokkal leírt, derékszögű koordináta rendszerben, ahol  $k=m, n, p$  (illetve 1, 2, 3). Ekkor (4) alapján a fizikailag létező megoldás:

$$\bar{F} = \sum_i \left\{ \sum_k a_i F_{0ik} \bar{e}_k \sin(\omega_0 t - \varphi_i - \varphi_{ai} + \varphi_{0iFk}) \right\}, \quad (19)$$

ahol az  $l$  indexnek (4) kifejtésénél fellépő automatikus eltűnése miatti változásokat  $(a_i F_{0ik})$  és  $\varphi_{0iFk}$  hordozzák. A triviálisan teljesülő (17) ekkor részletezhető is:

$$\frac{\partial a_i F_{0ik}}{\partial t} \cong 0, \quad \frac{\partial \omega_0}{\partial t} \cong 0, \quad \frac{\partial (\varphi_i + \varphi_{ai} - \varphi_{0iFk})}{\partial t} \cong 0. \quad (17a)$$

Innen (12) aktuális alakja:

$$\begin{aligned} s(\bar{r}, t) &= \sum_i \left[ \sum_k a_i E_{0ik} \bar{e}_k \sin(\omega_0 t - \varphi_i - \varphi_{ai} + \varphi_{0iEk}) \right] \times \\ &\times \sum_i \left[ \sum_k a_i H_{0ik} \bar{e}_k \sin(\omega_0 t - \varphi_i - \varphi_{ai} + \varphi_{0iHk}) \right] = \\ &= \sum_k E_{0k} \bar{e}_k \sin(\omega_0 t - \varphi + \varphi_{0Ek}) \times \\ &\times \sum_k H_{0k} \bar{e}_k \sin(\omega_0 t - \varphi + \varphi_{0Hk}). \end{aligned} \quad (20)$$

(20) áttekintése után látható, hogy formailag azonos a vizsgálat:

- egymódusú ( $i \equiv 1$ ) esetben és
- az egyébként szükséges feltételek teljesülése mellett [1] az általános, eredő tér esetén.

Az általános, eredő tér inhomogén alapl módusokra felbontott alakjának vizsgálata ehhez képest a (15) és (16) egyenletekben feltett kérdések megválaszolásánál elvileg újat nem adhat. Lényeges részleteket tisztázhat azonban az energia belső mozgásainak, a módusok közti csatolásoknak stb. a feltárásával, és ezen keresztül esetleg utat nyit az inhomogén alapl módusokból felépülő „terjedő” alapl módusok (együttmozgó energiárészek) definiálásához és az [1]-ben megadott megoldási eljárás továbbfejlesztéséhez. (Ennek szükségességét a módszer távvezetésekre való alkalmazása [18] alátámasztotta.)

Fentiek alapján a továbbiakban elvégezzük a vizsgálatokat az általános, eredő tér (és automatikusan az egymódusú tér) esetére. Ezzel a csoportsebességi vizsgálatokhoz szükséges válaszokat megkapjuk. A többmódusú eset részletekbe menő analízise más elemzésekben kerül majd sorra.

Egyidejűleg (20) ezen áttekintése azt is mutatja, figyelembe véve az (1), (2) és (5) egyenleteket is, hogy a használni kívánt fenomenológiai tárgyalás esetén, ahhoz, hogy  $\bar{S}$ , illetve (20) létezzen, mindenekelőtt igaznak kell lenni, hogy az összes közeg—elektromágneses tér kölcsönhatás  $\bar{\epsilon}$ ,  $\bar{\mu}$ ,  $\bar{\kappa}$  és  $\bar{\nu}$  szerint úgy és olyan gyorsan játszódik le, hogy beszélhetünk  $\bar{E}$ -ről és  $\bar{H}$ -ről stb. egyidejűleg. Külön vizsgálat tárgyát képezné ettől eltérő esetek analízise.

Ide kívánkozok még az a megjegyzés, hogy azokban az esetekben, amelyekben a (4) szerinti „hullámszerű” megoldás nem létezik vagy oly bonyolulttá válik, hogy például a terjedés, terjedési irány stb. fogalmak értelmetlenné válnak, valószínű, hogy az egyetlen energiacsomag szétszóródásának vizsgálata (II. pont) legalább annyi információt nyújt, mint valamely stacionárius megoldás analízise.

Ezzel vizsgálataink érvényességi körét meghatároztuk.

### 3.2 Az integrálási sorrend felcserélhetősége

Első lépésként részletesen megvizsgálendő  $\bar{s}$  — (20) egyenlet. Az  $x$  egyszerű kifejtetősége érdekében legyen a  $k=1, 2, 3$  index ciklikus, azaz a  $(k+1)$  és  $(k-1)$  bármely  $k$  értékre legyen értelmezhető. (Például:  $k=3$  esetén  $k+1=1$ .)

Ekkor:

$$\bar{s}(\bar{r}, t) = \bar{E} \times \bar{H} = \sum_k (E_{k+1} H_{k-1} - E_{k-1} H_{k+1}) \bar{e}_k \quad (21)$$



(21) felhasználásával (20) a (13) és (14) kifejtéséhez alkalmas alakúra írható át. Legyen

$$\psi_0(t) = \omega_0 t - \varphi,$$

és akkor:

$$\begin{aligned} \bar{s}(\bar{r}, t) = & \sum_k [E_{0k+1} H_{0k-1} \sin \varphi_{0Ek+1} \sin \varphi_{0Hk-1} - \\ & - E_{0k-1} H_{0k+1} \sin \varphi_{0Ek-1} \sin \varphi_{0Hk+1}] \bar{e}_k + \\ & + \sum_k \{E_{0k-1} H_{0k+1} \sin[\psi_0(t) + \varphi_{0Ek+1} + \varphi_{0Hk-1}] - \\ & - E_{0k+1} H_{0k-1} \sin[\psi_0(t) + \varphi_{0Ek+1} + \\ & + \varphi_{0Hk-1}]\} \sin \psi_0(t) \bar{e}_k, \end{aligned} \quad (22)$$

azaz:

$$\bar{s}(\bar{r}, t) = \bar{S}_0 + \bar{s}_*(t) \sin \psi_0(t), \quad (22a)$$

ahol (17a) miatt:

$$\frac{\partial \bar{S}_0}{\partial t} \equiv 0.$$

(22) további kifejtésénél az  $\bar{r}$  és  $t$  szerinti függés teljes szétválasztása a cél. További célszerű rövidítés, hogy:

$$E_{0k+1} H_{0k-1} = A_{EH\pm 1} \quad \text{és} \quad E_{0k-1} H_{0k+1} = A_{EH\mp 1},$$

időtől független tényezők. A kézenfekvő átalakítások után:

$$\begin{aligned} & \bar{s}_*(t) \sin \psi_0(t) = \\ & = \sum_k \{ [A_{EH\mp 1} \sin \varphi_{EH\mp 1} - A_{EH\pm 1} \sin \varphi_{EH\pm 1}] \sin \varphi + \\ & \quad + [A_{EH\pm 1} \sin(\omega_0 t + \Phi_{\pm 1}) - \\ & \quad - A_{EH\mp 1} \sin(\omega_0 t + \Phi_{\mp 1})] \sin \omega_0 t \} \bar{e}_k = \bar{S}_{*0} + \bar{s}_{**}(t) \sin \omega_0 t, \end{aligned} \quad (23)$$

ahol:

$$\varphi_{EH\pm 1} = \varphi_{0Ek+1} + \varphi_{0Hk-1} - \varphi;$$

$$\varphi_{EH\mp 1} = \varphi_{0Ek-1} + \varphi_{0Hk+1} - \varphi; \quad \Phi_{\pm 1} = \varphi_{EH\pm 1} - \varphi;$$

$$\Phi_{\mp 1} = \varphi_{EH\mp 1} - \varphi \quad \text{és} \quad \frac{\partial \bar{S}_{*0}}{\partial t} = 0.$$

Tehát:

$$\bar{s}(\bar{r}, t) = (\bar{S}_0 + \bar{S}_{*0}) + \bar{s}_{**}(t) \sin \omega_0 t = \bar{S}_* + \bar{s}_{**}(t) \sin \omega_0 t, \quad (24)$$

ahol:  $\partial \bar{S}_*/\partial t = 0$ .

(24) segítségével mind a (13), mind a (14) egyenlet kiszámítható. Ekkor:

$$\begin{aligned} \tilde{W} = & \frac{1}{\Delta t} \int \left[ \int_{\Delta A} (\bar{S}_* + \bar{s}_{**}(t) \sin \omega_0 t) \bar{dA} \right] dt = \\ & = W_0 + \frac{1}{\Delta t} \int \left[ \int_{\Delta A} \bar{s}_{**}(t) \bar{dA} \right] \sin \omega_0 t dt, \end{aligned} \quad (25)$$

és

$$\tilde{W}^0 = W_0 + \frac{1}{\Delta t} \int \left[ \int_{\Delta A} \bar{s}_{**}(t) \sin \omega_0 t dt \right] \bar{dA}, \quad (26)$$

ahol:

$$W_0 = \int_{\Delta A} (\bar{S}_0 + \bar{S}_{*0}) \bar{dA}, \quad (27)$$

(25) és (26) összevetése  $\bar{s}_{**}(t)$  felbontását kívánja. Mivel:

$$\begin{aligned} \bar{s}_{**}(t) = & \sum_k [(A_{EH\pm 1} \cos \Phi_{\pm 1} - A_{EH\mp 1} \cos \Phi_{\mp 1}) \sin \omega_0 t + \\ & + (A_{EH\pm 1} \sin \Phi_{\pm 1} - A_{EH\mp 1} \sin \Phi_{\mp 1}) \cos \omega_0 t] \bar{e}_k = \\ & = \sum_k (\mathcal{A}_{\cos} \sin \omega_0 t + \mathcal{A}_{\sin} \cos \omega_0 t) \bar{e}_k = \\ & = \bar{\mathcal{A}}_{\cos} \sin \omega_0 t + \bar{\mathcal{A}}_{\sin} \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (28)$$

s a jelölések értelemszerűek.

Innen:

$$\begin{aligned} \tilde{W} = & W_0 + \frac{1}{\Delta t} \int \left[ \left( \int_{\Delta A} \bar{\mathcal{A}}_{\cos} \bar{dA} \right) \sin^2 \omega_0 t + \right. \\ & \left. + \left( \int_{\Delta A} \bar{\mathcal{A}}_{\sin} \bar{dA} \right) \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t \right] dt, \end{aligned}$$

és

$$\tilde{W}^0 = W_0 +$$

$$+ \frac{1}{\Delta t} \int \left[ \int_{\Delta A} (\bar{\mathcal{A}}_{\cos} \sin^2 \omega_0 t + \bar{\mathcal{A}}_{\sin} \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t) dt \right] \bar{dA}.$$

Feltétel: Bármilyen vizsgálatban csak olyan perturbációkat engedünk meg, illetve  $\Delta t$  és  $\Delta A$ -t úgy választjuk meg (elegendően kicsire), hogy:

$$\frac{\partial \left( \int_{\Delta A} \bar{\mathcal{A}} \bar{dA} \right)}{\partial t} \cong 0 \quad \text{és} \quad \frac{\partial \bar{\mathcal{A}}}{\partial t} \cong 0, \quad (29)$$

valamint:

$$\overline{\text{grad} \left( \int_{\Delta t} \sin^2 \omega_0 t dt \right)} \cong \overline{\text{grad} \left( \int_{\Delta t} \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t dt \right)} \cong 0.$$

legyen. [ $\Delta t$  és  $\Delta A$  alsó korlátját majd a (16) feltételek kielégítése szabja meg, hogy egyáltalán értelme legyen  $\tilde{W}$ -nak.]

Legyen továbbá:

$$\int_{\Delta t} \sin^2 \omega_0 t dt = F_{ss}(t) \quad \text{és} \quad \int_{\Delta t} \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t dt = F_{sc}(t);$$

valamint:

$$\int_{\Delta A} \bar{\mathcal{A}}_{\cos} \bar{dA} = W_{\cos} \quad \text{és} \quad \int_{\Delta A} \bar{\mathcal{A}}_{\sin} \bar{dA} = W_{\sin}.$$

Ekkor, a (29) feltételcsoport teljesülése következtében a kifejtés tovább folytatható, és

$$\tilde{W} = W_0 + \frac{1}{\Delta t} \int W_{\cos} \sin^2 \omega_0 t dt +$$



$$+ \frac{1}{\Delta t} \int W_{\sin} \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t dt$$

és

$$\tilde{W}^0 = W_0 + \frac{1}{\Delta A} \int [\bar{\mathcal{A}}_{\cos} F_{ss}(t) + \bar{\mathcal{A}}_{\sin} F_{sc}(t)] \bar{dA}.$$

Innen pedig látható, hogy a tett feltevések mellett

$$\tilde{W} \equiv \tilde{W}^0 = W_0 + \frac{1}{\Delta t} [W_{\cos} F_{ss}(t) + W_{\sin} F_{sc}(t)] \quad (30)$$

Ezzel beláttuk, hogy a (15) követelmény az adott körülmények között kielégül. Az átlagenergia meghatározásánál az eredmény nem függ az integrálás sorrendjétől.

E vizsgálatban  $\Delta t$  és  $\Delta A$ -ra felső korlátot kaptunk (esetleges perturbációkra is gondolva). Azonban elemi úton belátható, hogy a hullámhosszhoz és a periódusidőhöz képest igen kis  $\Delta t$  és  $\sqrt{\Delta A}$  választásával  $\tilde{W}$ -ra tág határok közt tetszőleges értéket kaphatunk. Ezért  $\Delta t$  és  $\Delta A$ -ra alsó korlátot is kell adni.

### 3.3 $\tilde{W}$ vizsgálata

Ez esetben a közvetlen célunk a (16) feltételek kielégítésének vizsgálata, amely feltételek teljesülése esetén beszélhetünk állandó vagy egyértelmű átlagenergiáról.

#### a) Az idő — függés vizsgálata

Tekintve, hogy az időtől való függés még perturbált esetben is — (18) — alapvetően periodikus, legyen

$$\Delta t = n \frac{\pi}{\omega_0} + \Delta T, \quad (31)$$

ahol  $n=0, 1, 2, \dots$ , természetes egész szám és  $0 \leq \Delta T \leq \frac{\pi}{\omega_0}$ . Tudjuk továbbá, hogy

$$F_{ss}(t) = \frac{\Delta t}{2} - \frac{\sin 2\omega_0 \Delta t}{4\omega_0},$$

és

$$F_{sc}(t) = \frac{1 - \cos 2\omega_0 \Delta t}{4\omega_0},$$

ha a  $\Delta t$  tartományra a  $t(0, \Delta t)$  szakaszon integrálunk, ami nem jelenti az általánosság megszorítását, megtehetjük.

(31)-et behelyettesítve belátható, hogy

$$0 \leq F_{sc}(\Delta T, n) \leq \frac{1}{2\omega_0} \quad (32)$$

és

$$\left[ \frac{1}{2} \left( n \frac{\pi}{\omega_0} + \Delta T \right) - \frac{1}{2} \frac{1}{2\omega_0} \right] \leq F_{ss}(\Delta T, n) \leq \left[ \frac{1}{2} \left( n \frac{\pi}{\omega_0} + \Delta T \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{2\omega_0} \right]$$

továbbá, ha

$$n=0 \quad \text{és} \quad \Delta T \ll \pi/\omega_0,$$

akkor

$$F_{ss}(\Delta T, 0) \cong 0 \quad \text{és} \quad F_{sc}(\Delta T, 0) \cong 0. \quad (33)$$

Következmény: A (32) és (33) összefüggések bizonyítják az időtartományban — és analóg módon belátható a tér-tartományban is —, hogy a „mérhető” energia értéke függ a mérési időtől (felülettől), ingadozik, s  $\tilde{W}$  érdemben csak várható értéként adható meg valamekkora szórással. A szórás például a  $\Delta t$  függvénye. — Részletes (mérés-) analízisnél ettől nem lehet eltekinteni! — Esetünkben, amikor a csoportsebesség tanulmányozása a célunk, nem szükséges e statisztikus analízis, hiszen csak azt vizsgáljuk, hogy értelmezhető-e  $\tilde{W}$  és az egyértelműen összekapcsolható-e a jelamplitúdóval, ha értelmezhető a jelamplitúdó.

(33) miatt külön kikötésként érvényesíteni kell, hogy  $n \neq 0$  a továbbiakban. Ekkor, (31)-et és (32)-t felhasználva és  $n$  értékét növelve:

$$\frac{1}{\Delta t} F_{ss}(\Delta T, n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{n \frac{\pi}{\omega_0} + \Delta T} \frac{\sin 2\omega_0 \Delta T}{4\omega_0} \cong \frac{1}{2} \quad (34)$$

és

$$\frac{1}{\Delta t} F_{sc}(\Delta T, n) = \frac{1}{n \frac{\pi}{\omega_0} + \Delta T} \frac{1 - \cos 2\omega_0 \Delta T}{4\omega_0} \leq \frac{1}{2n\pi} \ll 1$$

ahol  $n \gg 1$ .  $n$  értékét a megkívánt pontosság szabja meg. Ezzel  $\Delta t$ -re alsó korlátot is kaptunk! Ez a jelen számítás menete ( $\omega_0 t$  kiemelt kezelése) miatt adódott ebben a sorrendben. Ha  $\varphi$ -t kezeljük analóg módon kiemelve — amit ( $\omega_0 t - \varphi$ ) szerkezete miatt megtehetünk —, akkor analóg megkötés (korlát) adódik  $\Delta A$ -ra.

#### b) A felület — függés vizsgálata

A (27) és a (30) egyenletekből tudjuk, hogy  $\tilde{W}$  függését a  $\Delta A$  felülettől az

$$\int_{\Delta A} (\bar{S}_0 + \bar{S}_{*0}) \bar{dA}; \quad \int_{\Delta A} \bar{\mathcal{A}}_{\cos} \bar{dA} \quad \text{és} \quad \int_{\Delta A} \bar{\mathcal{A}}_{\sin} \bar{dA}$$

integrálok tartalmazzák.

Ezek részletes elemzésénél  $W_0$ -t hagyjuk utolsónak és definiáljunk valamilyen  $\Delta A$  felületet.

Legyen

$$\Delta A = \Delta a_1 \bar{e}_{a1} \times \Delta a_2 \bar{e}_{a2} = \Delta a_1 \Delta a_2 \bar{e}_A, \quad (35)$$

ahol  $\bar{e}_{a1}$  és  $\bar{e}_{a2}$  nem  $\parallel$  és nem feltétlenül  $\perp$ . Továbbá  $\bar{e}_A = \sum_k \xi_k \bar{e}_k$ . Tudjuk továbbá, hogy (28) alapján hasz-

nálhatjuk az egyértelmű  $\bar{\mathcal{A}}_{\cos} = \bar{\mathcal{A}}_{\cos\pm} - \bar{\mathcal{A}}_{\cos\mp}$  és  $\bar{\mathcal{A}}_{\sin} = \bar{\mathcal{A}}_{\sin\pm} - \bar{\mathcal{A}}_{\sin\mp}$  jelöléseket. Ekkor a  $W_{\cos}$ -t és  $W_{\sin}$ -t meghatározó tagok szerkezetét elegendő egy példán vizsgálni. Így elegendő az

$$\int_{\Delta A} \bar{\mathcal{A}}_{\cos\pm} \bar{dA} = \int_{\Delta A} \sum_k (A_{EH\pm 1} \cos \Phi_{\pm 1}) \xi_k da_1 da_2 \quad (36)$$

vizsgálata.

Feltétel: — (36) értékének megbecslése érdekében, tekintve, hogy (4)-re eleve vannak változási sebességkorlátozások [1], tegyük fel, hogy van értelme „amp-



litúdóról" beszélni és  $\overline{\Delta A}$  csak akkora, hogy  $\overline{\Delta A}_{\max}$ -hoz tartozó

$$\frac{\Delta a_i \overline{e_{ai}} \text{grad } A_{EH\pm 1}}{A_{EH\pm 1}} \ll 1 \quad (37a)$$

azaz a felület mentén az amplitúdót sorbafejtve az a felület mentén felvett valamely értékével helyettesíthető.

— Ha időben is változik (lassan) a jel, például perturbáció miatt, —  $(\omega_0 t)$ -én kívül — akkor (37a)-val analóg feltétel adódik  $\Delta t_{\max}$ -ra.

— Legyen továbbá a kiválasztott  $\overline{\Delta A}$  felület kis darabon síkkal jól közelíthető, azaz

$$\frac{|\text{grad } \xi_k|}{\xi_k} \ll 1. \quad (37b)$$

Ilyen módon  $A_{EH\pm 1}$  és  $\xi_k$  a  $\Delta A$  mentén (36)-ban az integrálból kiemelhető, azaz:

$$\int_{\Delta A} \overline{\mathcal{A}}_{\cos\pm} \overline{dA} \cong \sum_k \xi_k A_{EH\pm 1} \int_{\Delta a_1} \int_{\Delta a_2} \cos(\varphi_{EH\pm 1} - \varphi) da_1 da_2.$$

Továbbá, (4) alapján figyelembe véve a szereplő mennyiségek jelentését és (37)-t,

$$\begin{aligned} \int_{\Delta A} \overline{\mathcal{A}}_{\cos\pm} \overline{dA} \cong \sum_k \xi_k A_{EH\pm 1} [ & \cos(\varphi_{0Ek+1} + \\ & + \varphi_{0Hk-1}) \int_{\Delta a_1} \int_{\Delta a_2} \cos 2\varphi da_1 da_2 + \\ & + \sin(\varphi_{0Ek+1} + \varphi_{0Hk-1}) \int_{\Delta a_1} \int_{\Delta a_2} \sin 2\varphi da_1 da_2]. \quad (38) \end{aligned}$$

Ezzel a felületre vonatkozóan is — a hullámhosszhoz képest  $(\varphi)$  — alsó korlátot kaptunk.

Legyen

$$\Delta a_0 \rightarrow \varphi |_{\Delta a_0} = \pi \quad \text{és} \quad \Delta a_1 \sim \Delta a_2 \gg \Delta a_0, \quad (39)$$

ami a (31) időbeni kötöttség analógja. Ekkor elemi módon belátható, hogy (38)  $\Delta a_1$  és  $\Delta a_2$ -től független kis várható érték körül ingadozik (32) analógjaként, azaz

$$\int_{\Delta A} \overline{\mathcal{A}}_{\cos\pm} \overline{dA} \cong \sum_{k,q} \xi_k A_{EH\pm 1} \frac{\alpha_{\pm q} f_q(\varphi_{0E}, \varphi_{0H})}{2\|\varphi\| a_1 a_2},$$

ahol  $0 \leq |\alpha_{\pm q}| \leq 1$ , s a többi értelemszerűen adódik (38)-ból. Ez a felülettel arányos  $W_0$  mellett elhanyagolható, illetve  $\Delta A^{-1}$ -gyel szorozva  $\ll 1$ .

c) Az átlagenergia:

Az előzőek alapján

$$\begin{aligned} \tilde{W} = W_0 + \frac{1}{\Delta t} F_{ss}(t) W_{\cos} + \frac{1}{\Delta t} F_{sc}(t) W_{\sin} \cong W_0 + \\ + \left[ \frac{1}{2} - O(\Delta t) \right] O(\Delta A) + O(\Delta t) O(\Delta A) \cong W_0. \quad (40) \end{aligned}$$

Ezek után a  $W_0 = \int_{\Delta A} (\overline{S}_0 + \overline{S}_{*0}) \overline{dA}$ -t a 3.3.b. pontban látott módon kifejtjük és a (39) megkötést is érvényesítjük.

Az energia „bőrözésére” jellemző tagokat — (32) és (38) megfelelőit — elhagyjuk. Ezt addig tehetjük meg, amíg a tett feltevések igazak.

Megjegyzés: Ezen energiaingadozásra jellemző tagok analízise mind mérés technikai, mind az ún. „meddő teljesítmény” vizsgálati szempontból fontos. Jelen esetben célunk eléréséhez elegendő volt az adott feltételek mellett való elhanyagolhatóság igazolása az átlag számításánál és csak itt és ebből a szempontból.

Így belátható, hogy

$$\begin{aligned} \int_{\Delta A} \overline{S}_0 \overline{dA} \cong \sum_k (A_{EH\pm 1} \sin \varphi_{0Ek+1} \sin \varphi_{0Hk-1} - \\ - A_{EH\mp 1} \sin \varphi_{0Ek-1} \sin \varphi_{0Hk+1}) \xi_k \Delta a_1 \Delta a_2, \end{aligned}$$

és

$$\begin{aligned} \int_{\Delta A} \overline{S}_{*0} \overline{dA} \cong \frac{1}{2} \sum_k \xi_k [A_{EH\pm 1} \cos(\varphi_{0Ek+1} + \varphi_{0Hk-1}) - \\ - A_{EH\mp 1} \cos(\varphi_{0Ek-1} + \varphi_{0Hk+1})] \Delta a_1 \Delta a_2. \end{aligned}$$

Innen, elemi átalakítások és összevonások után adódik, hogy:

$$\begin{aligned} \tilde{W} \cong \frac{1}{2} \sum_k \xi_k [ & (A_{EH\pm 1} \cos \varphi_{0Ek+1} \cos \varphi_{0Hk-1} - \\ & - A_{EH\mp 1} \cos \varphi_{0Ek-1} \cos \varphi_{0Hk+1}) + \\ & + (A_{EH\pm 1} \sin \varphi_{0Hk+1} \sin \varphi_{0Hk-1} - \\ & - A_{EH\mp 1} \sin \varphi_{0Ek-1} \sin \varphi_{0Hk+1})] \Delta a_1 \Delta a_2, \quad (41) \end{aligned}$$

azaz visszatérve a (4)-ben látott, szokásos  $\exp j(\omega_0 t - \varphi)$  írásmódra.

$$\tilde{W} \cong \frac{1}{2} \overline{\Delta A} [(\text{Re} \overline{E}_0 \times \text{Re} \overline{H}_0) + (\text{Im} \overline{E}_0 \times \text{Im} \overline{H}_0)]. \quad (42)$$

(42) alapján aztán már — formalitásként — bevezethetünk komplex energia és Poyting-vektor fogalmat. Külön ellenőrzendő minden esetben nemcsak a  $\tilde{W}$ , hanem a komplex energia képzetes részének jelentése, kapcsolata az energia „bőrözésével”, az egész átlag szórása stb.

Megállapítás: (42) alapján belátható, hogy az inhomogén alapl módusokkal leírt megoldás léte és a tett kiegészítő feltételek mellett az átlagenergia értelmezhető és azt a jel általános amplitúdója ( $\overline{F}_0$ ) határozza meg. Az energia terjedése tehát vizsgálható az  $\overline{F}_0$  változásának haladásaként.

Kiegészítés: — (42) alapján a várható értékekre bevezethető az átlagos és a komplex Poyting-vektor, azaz — ha  $\overline{b}^*$  a  $\overline{b}$  komplex konjugáltját jelöli ez esetben — triviális, hogy:

$$\tilde{S} \cong \frac{1}{2} \text{Re}(\overline{E}_0 \times \overline{H}_0^*) = \frac{1}{2} \text{Re}(\overline{E} \times \overline{H}^*).$$

Legyen

$${}_k \overline{S} = \frac{1}{2} \overline{E} \times \overline{H}^*,$$

és

$${}_k \tilde{W} = \int_{\Delta A} {}_k \overline{S} \overline{dA}, \quad \tilde{W} = \text{Re}_k W.$$



– Nyitott maradt összes feltett és adódott kérdésünk a tett feltevések körén kívül eső jelenségekre. E téren célszerű további vizsgálatok végzése.

– Amennyiben az integrálási tartományok alsó és felső korlátaira tett feltevések ütköznek, átlagenergia nem értelmezhető.

#### 4. A csoportsebesség egy megadási lehetősége az inhomogén alpmódusok módszere segítségével

Az amplitúdó elemien kicsi és lassú [lásd a korábbi feltételeket – (17), (18) stb.] megváltozásának a terjedését az eredetileg az inhomogén alpmódusok módszere kiindulásaként használt Maxwell-egyenlet alakból [1] ismételten elindulva meg lehet határozni, a (4) szerinti megoldás létét elfogadva.

A továbbiakban tehát az amplitúdót perturbáljuk (moduláljuk):  $(a_{il} + \delta)$ , illetve  $(a_{il} + \delta_i)$  alakban, ahol  $\delta$  elemien kicsiny.

A más lehetséges perturbációkkal (modulációkkal):

$(\varphi_{ai} + \delta)$ , illetve  $(\varphi_{ai} + \delta_i)$  fázismodulációval,

$(\omega_0 + \delta)$ , illetve  $(\omega_0 + \delta_i)$  frekvenciamodulációval,

$(\bar{F}_{0il} + \delta)$ , illetve  $(\bar{F}_{0il} + \delta_i)$  polarizáció-modulációval

később, külön foglalkozunk.

Az eredeti, perturbálatlan megoldásunk alakja (4) szerinti. Így, ha a perturbáció  $(a_{il} + \delta_i)$  alakú, akkor:

$$\begin{aligned} \bar{F}_\delta &= \sum_{i,l} (1 + f_{il}) \bar{F}_{il} = \sum_{i,l} \bar{F}_{il}^\delta = \\ &= \sum_{i,l} [(1 + f_{il}) a_{il} e^{-j\varphi_{ai}} \bar{F}_{0il}] e^{j(\omega_0 t - \varphi_i)}, \end{aligned} \quad (43)$$

ahol:

$$f_{il} = \delta_i / a_{il} \ll 1.$$

A Maxwell-egyenleteket nemcsak a (4) megoldásnak, hanem a (43) perturbált megoldásnak is ki kell elégítenie. A Maxwell-egyenleteket az [1]-ben már megszokott alakra törekedve fejtjük ki. Figyelembe vesszük, hogy  $\ln(1 + f_{il}) \cong f_{il}$ . Így:

$$\begin{aligned} \sum_{i,l} [\text{grad}(\ln a_{il} + f_{il} - j\varphi_{ai}) \times \bar{H}_{il}^\delta + \bar{\nabla}_{TH0il} \bar{H}_{il}^\delta - j\bar{K}_i \times \bar{H}_{il}^\delta] = \\ = \sum_{i,l} \varepsilon_0 \left[ \left( \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial t} \bar{E}_{il}^\delta + \frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial t} \bar{H}_{il}^\delta \right) + (\bar{\varepsilon} \bar{\nabla}_{TE0il} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\kappa} \bar{\nabla}_{TH0il} \bar{H}_{il}^\delta) + \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial(\ln a_{il} + f_{il} - j\varphi_{ai})}{\partial t} + j\omega_0 \right) (\bar{\varepsilon} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\kappa} \bar{H}_{il}^\delta) \right], \\ \sum_{i,l} [\text{grad}(\ln a_{il} + f_{il} - j\varphi_{ai}) \times \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\nabla}_{TE0il} \bar{E}_{il}^\delta - j\bar{K}_i \times \bar{E}_{il}^\delta] = \\ = - \sum_{i,l} \mu_0 \left[ \left( \frac{\partial \bar{\nu}}{\partial t} \bar{E}_{il}^\delta + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial t} \bar{H}_{il}^\delta \right) + (\bar{\nu} \bar{\nabla}_{TE0il} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\mu} \bar{\nabla}_{TH0il} \bar{H}_{il}^\delta) + \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial(\ln a_{il} + f_{il} - j\varphi_{ai})}{\partial t} + j\omega_0 \right) (\bar{\nu} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\mu} \bar{H}_{il}^\delta) \right], \\ \sum_{i,l} [\text{grad}(\ln a_{il} + f_{il} - j\varphi_{ai}) (\bar{\varepsilon} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\kappa} \bar{H}_{il}^\delta) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + (\bar{\nabla}_{\bar{\varepsilon}} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\nabla}_{\bar{\kappa}} \bar{H}_{il}^\delta) + (\langle \bar{\nabla}_{\varepsilon il} \bar{E}_{il}^\delta \rangle + \langle \bar{\nabla}_{\kappa il} \bar{H}_{il}^\delta \rangle) - \\ - j\bar{K}_i (\bar{\varepsilon} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\kappa} \bar{H}_{il}^\delta)] = 0 \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i,l} [\text{grad}(\ln a_{il} + f_{il} - j\varphi_{ai}) (\bar{\nu} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\mu} \bar{H}_{il}^\delta) + \\ + (\bar{\nabla}_{\bar{\nu}} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\nabla}_{\bar{\mu}} \bar{H}_{il}^\delta) + (\langle \bar{\nabla}_{\nu il} \bar{E}_{il}^\delta \rangle + \langle \bar{\nabla}_{\mu il} \bar{H}_{il}^\delta \rangle) - \\ - j\bar{K}_i (\bar{\nu} \bar{E}_{il}^\delta + \bar{\mu} \bar{H}_{il}^\delta)] = 0, \end{aligned}$$

ahol:

$$\bar{K}_i = \text{grad} \varphi_i;$$

$$\bar{\nabla}_{TH0il} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial \ln H_{20il}}{\partial z} & \frac{\partial \ln H_{30il}}{\partial y} \\ \frac{\partial \ln H_{10il}}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial \ln H_{30il}}{\partial x} \\ -\frac{\partial \ln H_{10il}}{\partial y} & \frac{\partial \ln H_{20il}}{\partial x} & 0 \end{bmatrix};$$

$\bar{\nabla}_{TE0il}$  analóg  $\bar{\nabla}_{TH0il}$ -lel;

$$\bar{\nabla}_{TH0il} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln H_{10il}}{\partial t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \ln H_{20il}}{\partial t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \ln H_{30il}}{\partial t} \end{bmatrix};$$

$\bar{\nabla}_{TE0il}$  analóg  $\bar{\nabla}_{TH0il}$ -lel;

$$\bar{\nabla}_{\bar{\varepsilon}} = \bar{\nabla}_{\varepsilon}, \quad \bar{\nabla}_{\bar{\kappa}} = \bar{\nabla}_{\kappa}, \quad \bar{\nabla}_{\bar{\nu}} = \bar{\nabla}_{\nu} \quad \text{és} \quad \bar{\nabla}_{\bar{\mu}} = \bar{\nabla}_{\mu};$$

$$(\bar{\nabla}_{\varepsilon il})_{jk} = \varepsilon_{jk} \frac{\partial \ln E_{0ilk}}{\partial x_j};$$

$\bar{\nabla}_{\kappa il}$ ,  $\bar{\nabla}_{\nu il}$  és  $\bar{\nabla}_{\mu il}$  értelemszerűen analóg  $\bar{\nabla}_{\varepsilon il}$ -lel;

$$\langle \bar{u} \rangle \equiv u_1 + u_2 + u_3.$$

Ezen túlmenően kihasználjuk a továbbiakban, hogy (44)-be  $f_{il} = 0$ -t helyettesítve  $\bar{F}_{il}$ -re kapunk egyenletet, amelyet  $\bar{F}_{il}$ , mivel megoldása a Maxwell-egyenleteknek, kielégít.

#### 4.1. A közegjellemzőkről

Mielőtt (44) megoldási lehetőségeit vizsgálnánk, szót kell ejteni a (2)-ben definiált  $\bar{\varepsilon}$ ,  $\bar{\kappa}$ ,  $\bar{\nu}$  és  $\bar{\mu}$  közegjellemzőkről.

– Eleve feltettük [2, 1], hogy a közegjellemzőket kialakító energia nagyságrendileg nagyobb, mint a vizsgált, monokromatikus, kis energiasűrűségű jel. Így következik, hogy  $\bar{\varepsilon}$ ,  $\bar{\kappa}$ ,  $\bar{\nu}$  és  $\bar{\mu}$  nem függ  $\bar{F}_0$ -tól, a jel amplitúdójától. Ez azt jelenti, hogy lineáris összefüggésekkel leírható (közelíthető) közegekkel dolgozunk. Ha szükséges a nemlineáris tárgyalás, ezen vizsgálatok általánosításával kell megpróbálni. Lehetséges út  $\delta_i$ , illetve  $f_{il}$  kicsiny volta miatt a közegjellemző sorfejtése az  $a_{il}$  „pont”  $\delta_i$  kicsiny körzetében stb.



— A lineárisnak tekintett — (2)-vel leírható — közegek két fontos nagy csoportja a szigorúan lineáris és a diszperzív közegek.

Először a szigorúan lineáris közegekkel foglalkozunk, amelyeknél:

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \omega_0} = \frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial \omega_0} = \frac{\partial \bar{\nu}}{\partial \omega_0} = \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \omega_0} = 0, \quad (45)$$

vagy ez az összefüggés az éppen aktuális  $\omega_0$  elegendően nagy környezetében a kívánt pontossággal teljesül. Ekkor a közegjellemzők szóban forgó frekvenciasávban a jel minden paraméterétől függetlenek.

— Teljesen külön esetként vizsgáljuk meg a diszperzív közegeket, ahol legalább egy közegjellemző függ  $\omega_0$ -tól, például

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \omega_0} \neq 0.$$

Ezekben az esetekben azonban megállapíthatjuk — tekintve a diszperzív közegek közegjellemzői közismert levezetéseit [4, 6–8 stb.] —, hogy a (44) egyenletek szempontjából elvileg hibás lenne például az

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}(\omega_0) \quad (46a)$$

összefüggés használata. A (43) jel esetén  $\bar{\varepsilon} \neq \bar{\varepsilon}(\omega_0)$ , hanem új  $\bar{\varepsilon}^*$ -gal kell számolnunk. (A \*, hacsak külön fel nem tüntetjük, nem jelent komplex konjugáltat, csak egyszerű jelzést!) Mivel (44)-ből azonnal, elemi úton belátható, hogy  $f_{il}$  léte esetén  $f_{il}$  térbeli és időbeli deriváltjai is léteznek, azaz:

$$f_{il} = f_{il}(\bar{r}, t),$$

ezért

$$\varepsilon^* = \bar{\varepsilon}(\omega_0, f_{il}) \quad (46)$$

összefüggéssel kell számolni.

(46) miatt először csak a (45) esetet vizsgáljuk, majd teljesen különálló fejezetben a (46) esetet, beleértve a linearitás értelmezhetőségét diszperzív közegekben.

#### 4.2. A csoportsebesség lineáris közegekben

Feladatunk jelenleg a (44) egyenlet megoldása szigorúan lineáris közegek esetén  $f_{il}$  meghatározása illetve az  $f_{il}$  terjedési sebessége meghatározása céljából. Kihaszználjuk, hogy  $\sum_{i,l} \bar{F}_{il}$  az inhomogén alapmódusok módszere segítségével kapott megoldás, azaz kielégíti az [1]:

$$\begin{aligned} \bar{K}_i \times \bar{H}_{il} &= -\omega_0 \varepsilon_0 (\bar{\varepsilon} \bar{E}_{il} + \bar{\kappa} \bar{H}_{il}) \\ \bar{K}_i \times \bar{E}_{il} &= \omega_0 \mu_0 (\bar{\nu} \bar{E}_{il} + \bar{\mu} \bar{H}_{il}) \\ \bar{K}_i (\bar{\varepsilon} \bar{E}_{il} + \bar{\kappa} \bar{H}_{il}) &= 0 \\ \bar{K}_i (\bar{\nu} \bar{E}_{il} + \bar{\mu} \bar{H}_{il}) &= 0, \end{aligned} \quad (47)$$

és

$$\sum_{i,l} [\text{grad} (\ln a_{il} - j\varphi_{ai}) \times \bar{H}_{il} + \bar{\nabla}_{TH0il} \bar{H}_{il}] = 0$$

$$\sum_{i,l} [\text{grad} (\ln a_{il} - j\varphi_{ai}) \times \bar{E}_{il} + \bar{\nabla}_{TE0il} \bar{E}_{il}] = 0$$

$$\begin{aligned} \sum_{i,l} [\text{grad} (\ln a_{il} - j\varphi_{ai}) (\bar{\varepsilon} \bar{E}_{il} + \bar{\kappa} \bar{H}_{il}) + (\bar{\nabla}_{\varepsilon} \bar{E}_{il} + \\ + \bar{\nabla}_{\kappa} \bar{H}_{il}) + (\langle \bar{\nabla}_{\varepsilon il} \bar{E}_{il} \rangle + \langle \bar{\nabla}_{\kappa il} \bar{H}_{il} \rangle)] = 0 \\ \sum_{i,l} [\text{grad} (\ln a_{il} - j\varphi_{ai}) (\bar{\nu} \bar{E}_{il} + \bar{\mu} \bar{H}_{il}) + (\bar{\nabla}_{\nu} \bar{E}_{il} + \\ + \bar{\nabla}_{\mu} \bar{H}_{il}) + (\langle \bar{\nabla}_{\nu il} \bar{E}_{il} \rangle + \langle \bar{\nabla}_{\mu il} \bar{H}_{il} \rangle)] = 0, \end{aligned} \quad (48)$$

egyenletrendszereket külön-külön. Figyelembe vesszük ezenkívül a közegekre tett összes feltevéseinket; szigorúan lineáris, időben nem változik, nem mozog stb. Felhasználjuk, hogy a (47) egyenletrendszer módusenként külön-külön is teljesül. Tudjuk, hogy (4) monokromatikus, stacioner megoldás.

Mindezeket felhasználva (44) egyszerűsíthető és átrendezhető.

Így:

$$\begin{aligned} \sum_{i,l} \{f_{il} [\text{grad} (\ln a_{il} - j\varphi_{ai}) \times \bar{H}_{il} + \bar{\nabla}_{TH0il} \bar{H}_{il}] + \\ + \text{grad} f_{il} \times (1 + f_{il}) \bar{H}_{il}\} = \sum_{i,l} \varepsilon_0 (1 + f_{il}) \frac{\partial f_{il}}{\partial t} (\bar{\varepsilon} \bar{E}_{il} + \bar{\kappa} \bar{H}_{il}), \\ \sum_{i,l} \{f_{il} [\text{grad} (\ln a_{il} - j\varphi_{ai}) \times \bar{E}_{il} + \bar{\nabla}_{TE0il} \bar{E}_{il}] + \\ + \text{grad} f_{il} \times (1 + f_{il}) \bar{E}_{il}\} = \\ = - \sum_{i,l} \mu_0 (1 + f_{il}) \frac{\partial f_{il}}{\partial t} (\bar{\nu} \bar{E}_{il} + \bar{\mu} \bar{H}_{il}). \quad (49) \\ \sum_{i,l} \{f_{il} [\text{grad} (\ln a_{il} - j\varphi_{ai}) (\bar{\varepsilon} \bar{E}_{il} + \bar{\kappa} \bar{H}_{il}) + \\ + (\bar{\nabla}_{\varepsilon} \bar{E}_{il} + \bar{\nabla}_{\kappa} \bar{H}_{il}) + (\langle \bar{\nabla}_{\varepsilon il} \bar{E}_{il} \rangle + \langle \bar{\nabla}_{\kappa il} \bar{H}_{il} \rangle)] + \\ + (1 + f_{il}) \text{grad} f_{il} (\bar{\varepsilon} \bar{E}_{il} + \bar{\kappa} \bar{H}_{il})\} = 0, \\ \sum_{i,l} \{f_{il} [\text{grad} (\ln a_{il} - j\varphi_{ai}) (\bar{\nu} \bar{E}_{il} + \bar{\mu} \bar{H}_{il}) + \\ + (\bar{\nabla}_{\nu} \bar{E}_{il} + \bar{\nabla}_{\mu} \bar{H}_{il}) + (\langle \bar{\nabla}_{\nu il} \bar{E}_{il} \rangle + \langle \bar{\nabla}_{\mu il} \bar{H}_{il} \rangle)] + \\ + (1 + f_{il}) \text{grad} f_{il} (\bar{\nu} \bar{E}_{il} + \bar{\mu} \bar{H}_{il})\} = 0. \end{aligned}$$

(47) ismételten figyelembe vehető, mivel:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} \bar{E}_{il} + \bar{\kappa} \bar{H}_{il} &= -\frac{1}{\varepsilon_0 \omega_0} \bar{K}_i \times \bar{H}_{il}, \\ \bar{\nu} \bar{E}_{il} + \bar{\mu} \bar{H}_{il} &= \frac{1}{\mu_0 \omega_0} \bar{K}_i \times \bar{E}_{il}. \end{aligned}$$

Ezek alapján a (49) rot és div egyenletek egyaránt átírhatók és  $f_{il}$  könnyebben határozható meg. Azonban már a jelenlegi alakból is sok értékes információ nyerhető. Azonnal belátható például, hogy  $\partial f_{il} / \partial t \equiv 0$ , vagy  $\text{grad} f_{il} \equiv 0$  esetben érdemben a (4) megoldást kapjuk vissza.

Ezek után a csoportsebességet — így, közvetlenül a Maxwell-egyenletekből levezetve — a

$$|v_{gll}| = \left| \frac{\partial f_{il}}{\partial t} \right| / |\text{grad} f_{il}|, \quad (50)$$

adja meg, mivel most  $a_{il}$ -t perturbáltuk. (Gyorsan kaphatunk érdekes eredményeket, ha  $\bar{\varepsilon}$ , stb. inhomogenitását úgy választjuk, hogy ismert megoldások-



kal rendelkező differenciálegyenlet-típusokhoz jussunk. [18])

Mivel ez az elemzési mód még szokatlan, a továbbiakban nézzük meg néhány egyszerűbb, de fontos eset konkrét eredményeit.

#### 4.3. A csoportsebesség lineáris, homogén közegben

A közeg homogén

$$\bar{\nabla}_{\bar{x}} = \bar{\nabla}_{\bar{y}} = \bar{\nabla}_{\bar{z}} = \bar{\nabla}_{\bar{t}} = 0.$$

Továbbá homogén közegben az alapjel — (4) — is állandó, tekintve monokromatikus voltát stb. [1]. A jel stacioner, azaz  $\bar{\nabla}_{tE0il} = 0$  stb. teljesül; amiből  $\bar{\nabla}_{tH0il} = 0$  stb. következik ez esetben. (49) átírható és néhány vektoralgebrai átalakítást is végrehajtva

$$\begin{aligned} \sum_{i,l} (1+f_{il}) \overline{\text{grad}} f_{il} \times \bar{H}_{il} &= -\frac{1}{\omega_0} \sum_{i,l} (1+f_{il}) \frac{\partial f_{il}}{\partial t} \bar{K}_i \times \bar{H}_{il} \\ \sum_{i,l} (1+f_{il}) \overline{\text{grad}} f_{il} \times \bar{E}_{il} &= -\frac{1}{\omega_0} \sum_{i,l} (1+f_{il}) \frac{\partial f_{il}}{\partial t} \bar{K}_i \times \bar{E}_{il} \\ \sum_{i,l} [(1+f_{il}) \overline{\text{grad}} f_{il} \times \bar{H}_{il}] \bar{K}_i &= 0 \quad (51) \\ \sum_{i,l} [(1+f_{il}) \overline{\text{grad}} f_{il} \times \bar{E}_{il}] \bar{K}_i &= 0, \end{aligned}$$

tetszőleges bianizotóp esetben! Tudjuk továbbá, hogy  $f_{il} \ll 1$ . Ezért (51) igen pontosan megfelel az alábbi egyenleteknek:

$$\begin{aligned} \sum_{i,l} \overline{\text{grad}} f_{il} \times \bar{H}_{il} &= -\sum_{i,l} \frac{\partial f_{il}}{\partial t} \frac{\bar{K}_i}{\omega_0} \times \bar{H}_{il} \\ \sum_{i,l} \overline{\text{grad}} f_{il} \times \bar{E}_{il} &= -\sum_{i,l} \frac{\partial f_{il}}{\partial t} \frac{\bar{K}_i}{\omega_0} \times \bar{E}_{il} \\ \sum_{i,l} (\overline{\text{grad}} f_{il} \times \bar{H}_{il}) \bar{K}_i &= 0 \\ \sum_{i,l} (\overline{\text{grad}} f_{il} \times \bar{E}_{il}) \bar{K}_i &= 0. \quad (52) \end{aligned}$$

Mivel  $(\bar{E}_{il}, \bar{H}_{il})$  ismert, létező, nem triviális megoldásai a Maxwell-egyenleteknek, tudjuk [1], hogy például:

$$\bar{E}_{il} = -\frac{1}{\varepsilon_0 \omega_0} \bar{\varepsilon}^{-1} (\bar{K}_i + \omega_0 \varepsilon_0 \bar{\kappa}) \bar{H}_{il} = \bar{\alpha}_i \bar{H}_{il},$$

ahol:

$$\bar{K}_i \bar{\mu} = \bar{K}_i \times \bar{\mu} \quad \text{és} \quad \bar{\alpha}_i \neq \bar{1}.$$

Tehát  $\bar{E}_{il} \neq \bar{H}_{il}$  stb. Ezzel lehetővé vált bármelyik konkrét esetben  $v_g$  meghatározása. Általánosan nem léphetünk tovább, mert az inhomogén alapl módusok között fellépő „csatolás” minden konkrét feladat sajátosságaitól függ.

A peremfeltételeket is figyelembe véve adódik a teljes hullámkép a perturbációval együtt, s ebből az adott — homogén — esetben (szabadtéri terjedéstől a csőtápvonalakig) az energia terjedési sebessége a vizsgált monokromatikus jelben.

Speciális esetek:

a) Homogén esetben az inhomogén alapl módusok általában ortogonális, függetlenül terjedő módusokat

jelentenek, például [7]. Ezt feltételezve (52)-ből a függetlenül terjedő módusokra, illetve az egymódusú jelre ( $i \equiv 1$ ) adódik,

hogy

$$\bar{E}_{il} \neq \bar{H}_{il} \quad \text{miatt} \quad \overline{\text{grad}} f_{il} \parallel \bar{K}_i, \quad (53)$$

és az egyenletek  $l$  mindkét esetére nézve azonosak, mivel  $K_i$  azonos,  $l$ -től független. Tehát  $f_{il} \equiv f_{ik} \equiv f_i$ , vagy

$$f_{ik} = 0.$$

Innen:

$$\overline{\text{grad}} f_i + \frac{\bar{K}_i}{\omega_0} \frac{\partial f_i}{\partial t} = 0. \quad (54)$$

Tehát

$$\frac{\overline{\text{grad}} f_i}{(-\partial f_i / \partial t)} = \frac{\bar{K}_i}{\omega_0} \quad \text{és} \quad \frac{|\overline{\text{grad}} f_i|}{|\partial f_i / \partial t|} = \frac{K_i}{\omega_0}$$

vagyis ebben az esetben

$$v_{gi} \equiv v_{fi} \quad \text{és} \quad \bar{v}_{gi} \parallel \bar{v}_{fi} \quad (55)$$

ahol

$$v_{fi} = \omega_0 / K_i \quad \text{és} \quad \bar{v}_{fi} \parallel \bar{K}_i.$$

b) Egyetlen, önmagában terjedő módus esetén ( $i \equiv 1$ ) külön feltételek nélkül is mindig (55) adódik.

Állítás:

A fázis és a csoportsebesség monokromatikus síkhullámban még bianizotróp esetben is azonos!

#### 4.4. Megjegyzés a mozgó közegekben való terjedéshez

A 4.3. pontot lezáró állításnak alapvető, elvi jelentősége van a mozgó közegekben való elektromágneses hullámterjedésre vonatkozó vizsgálatokban.

Közismert és máig véglegesen lezártnak nem tekinthető kérdés, hogy a homogén, mozgó közegekben terjedő monokromatikus síkhullám fázissebessége még a legegyszerűbb esetben sem ( $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon} \bar{1}$ ,  $\bar{\kappa} = \bar{v} = \bar{0}$ ,  $\bar{\mu} = \bar{1}$ ) követi az Einstein-féle sebességtranszformációt [9–12].

Az ellentmondás feloldására számos kísérlet történt, amelyek e specifikus fizikai jelenség energia-impulzus tenzorának analízisén alapultak, és amelyek szerint ez esetben a fázissebesség nem azonos a csoportsebességgel,  $v_g \neq v_f$  [12–14].

Más vizsgálatokban viszont a Maxwell-egyenletekből kiindulva [15–17] a terjedés tárgyalásánál formálisan a „sebesség-paramétert” is tartalmazó bianizotróp közegjellemzőket vezetnek be és a mozgó közeget bianizotróp „álló” közeggel ekvivalens módon kezelik. Például:

Ha a  $V$  sebességgel  $+x$  irányban mozgó közeggel együttmozgó rendszerben ( $K'$ ) — és  $c$  a fénysebesség vákuumban —

$$\bar{D}' = \varepsilon \bar{E}' \quad \text{és} \quad \bar{B}' = \bar{H}'$$

akkor a laboratóriumi rendszerben ( $K$ )

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{A} \bar{E} + \bar{B} \bar{H} \quad \text{és} \quad \bar{B} = \bar{A} \bar{H} - \bar{B} \bar{E} \quad (56)$$



ahol:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B \\ 0 & B & 0 \end{bmatrix};$$

$$A = \frac{1 - V^2/c^2}{1 - \varepsilon V^2/c^2}; \quad B = \frac{V}{c} \frac{\varepsilon - 1}{1 - \varepsilon V^2/c^2}.$$

Ezzel egyidőben formálisan eltűnik e tárgyalásból az  $\bar{\mathbf{E}}(\bar{\mathbf{E}}')$  stb. kapcsolat. Így nemcsak a Doppler-effektust stb. tüntetik el, illetve figyelembe vételét teszölegessé minősítik — mint arról már korábban szölkünk [5] — hanem biztosan ellentmondásba kerülnek az energia-impulzus tenzoron alapuló vizsgálattal a csoportsebesség szempontjából.

Ennek oka, hogy az (56)-nak megfelelően és más esetekben analóg módon kiadódó bianizotróp közegjellemzők függetlenek a jelparamétereiktől, szigorúan lineáris, bianizotróp kapcsolatot adnak.

Ekkor pedig (55) alapján biztos, hogy  $v_g = v_f$ !

Állítás:

A mozgó közegek esetén a fázis és csoportsebesség transzformációja miatt már korábról ismert problémát a jelen vizsgálat hangsúlyozottá teszi. Feloldása elvi jelentőségű és nem tehető meg a hullámkép — az előzőek alapján triviálisan geometriai típusú — sajátosságainak figyelembe vétele nélkül. (Az ellentmondás feloldását más cikkben adjuk meg.)

#### 4.5. Kiegészítések

a) A homogén közegben terjedő jel elemi perturbációjának haladását egyetlen monokromatikus síkhullám (egyetlen terjedő módus) esetén más formában is meg lehet adni, (44) alapján.

Legyen például  $\varepsilon$  és  $\mu$  a közeg jellemzője. Ekkor az elemi perturbáció végigfutását a jelen az alábbiak szerint kaphatjuk meg:

Az alapmegoldás kielégíti a

$$K^2 = k_0^2 \varepsilon \mu$$

diszperziós egyenletet, ahol  $k_0^2 = \omega_0^2 \varepsilon_0 \mu_0$ . Így a csoportsebességet, amely a jel valamilyen elemi perturbációjának a haladását adja, az alábbi egyenletből nyerhetjük:

$$\begin{aligned} \bar{\nabla}_{TH_0} \bar{\mathbf{H}} &= \varepsilon_0 \varepsilon \bar{\nabla}_{TE_0} \bar{\mathbf{E}} \\ \bar{\nabla}_{TE_0} \bar{\mathbf{E}} &= -\mu_0 \mu \bar{\nabla}_{TH_0} \bar{\mathbf{H}} \\ \langle \bar{\nabla}_\mu \bar{\mathbf{H}} \rangle &= 0 \\ \langle \bar{\nabla}_\varepsilon \bar{\mathbf{E}} \rangle &= 0, \end{aligned} \quad (57)$$

és figyelembe kell venni a peremfeltételeket is! Más esetben hasonló egyenletek írhatók fel. Innen, például  $x$  irányú terjedésre:

$$\frac{\partial H_0}{\partial x} = -k_0 \sqrt{\varepsilon \mu} \frac{\partial H_0}{\partial t} \quad (58)$$

egyenlet jelenti a perturbáció haladását, azaz — természetesen módon — (54) egy speciális esetéhez jutotunk. Polarizációingazodás stb. közvetlen vizsgálatára (57) sokszor kedvezőbb.

b) Az eddigiek alapján e vizsgálatok továbbfejleszthetők. Célszerű például a periodikus vagy hatvány függvényekkel leírható inhomogén esetekre, néhány fontos peremfeltételre (csőtápvonalak) is megvizsgálni a csoportsebesség alakulását. Fontos arra tekintettel lenni, hogy az elemi perturbáció végigfutása a teljes interferencia képen az inhomogén alapl módusokon való terjedés eredője. Tehát nem az inhomogén alapl módusokon való elemi perturbációterjedés meghatározása a cél, az csak a fentiek szerint jól használható út.

#### 5. Csoportsebesség diszperzív közegekben

Ebben az esetben is a (44) egyenletekből indulunk ki. Figyelembe vesszük azonban, hogy ekkor a szereplő közegjellemzők (46) szerinti (44)-ben, míg (46a) szerinti „alapértékükkel” szerepelnek a (47) és (48) egyenletekben!

Tekintve, hogy számos szempontból a vizsgálat elvileg is új, ezért a részletes kifejtés, az áttekinthetőség és az eredmények összehasonlíthatóságának biztosítása érdekében szorítkozzunk a továbbiakban az egy terjedő módusú esetek vizsgálatára. Emellett tudjuk, hogy a 4. pontban látottakkal analóg módon az eredmények általánosíthatók.

E vizsgálatok módszereit és eredményeit felhasználva választ adhatunk a diszperzív közegekben a hullámfront-felépülés kérdésére, a nyalábkialakulás menetére, stb. E kérdések sok helyen (whistler terjedési út vizsgálatok, lézer-fénynyaláb haladása, stb.) alapvetően fontosak.

##### 5.1. Az egyenletek diszperzív esetekben

Az előzőek szerint, néhány célszerű átalakítást elvégezve, az egyenleteink a következő alakúak lesznek:

$$\begin{aligned} & \sum_{i,l} \{ f_{il} [\overline{\text{grad}} (\ln a_{il} - j\varphi_{al}) \times \bar{\mathbf{H}}_{il} + \bar{\nabla}_{TH_{0il}} \bar{\mathbf{H}}_{il}] + \\ & + [\overline{\text{grad}} f_{il} - j\bar{\mathbf{K}}_i] \times \bar{\mathbf{H}}_{il} (1 + f_{il}) \} = \\ & = \varepsilon_0 \sum_{i,l} (1 + f_{il}) \left[ \left( \frac{\partial \bar{\varepsilon}^*}{\partial t} \bar{\mathbf{E}}_{il} + \frac{\partial \bar{\kappa}^*}{\partial t} \bar{\mathbf{H}}_{il} \right) + \right. \\ & \left. + \left( \frac{\partial f_{il}}{\partial t} + j\omega_0 \right) (\bar{\varepsilon}^* \bar{\mathbf{E}}_{il} + \bar{\kappa}^* \bar{\mathbf{H}}_{il}) \right], \\ & \sum_{i,l} \{ f_{il} [\overline{\text{grad}} (\ln a_{il} - j\varphi_{al}) \times \bar{\mathbf{E}}_{il} + \bar{\nabla}_{TE_{0il}} \bar{\mathbf{E}}_{il}] + \\ & + [\overline{\text{grad}} f_{il} - j\bar{\mathbf{K}}_i] \times \bar{\mathbf{E}}_{il} (1 + f_{il}) \} = \\ & = -\mu_0 \sum_{i,l} (1 + f_{il}) \left[ \left( \frac{\partial \bar{\nu}^*}{\partial t} \bar{\mathbf{E}}_{il} + \frac{\partial \bar{\mu}^*}{\partial t} \bar{\mathbf{H}}_{il} \right) + \right. \\ & \left. + \left( \frac{\partial f_{il}}{\partial t} + j\omega_0 \right) (\bar{\nu}^* \bar{\mathbf{E}}_{il} + \bar{\mu}^* \bar{\mathbf{H}}_{il}) \right], \quad (59) \\ & \sum_{i,l} \{ [\overline{\text{grad}} (\ln a_{il} - j\varphi_{al}) + \overline{\text{grad}} f_{il} - j\bar{\mathbf{K}}_i] \cdot \\ & \cdot (\bar{\varepsilon}^* \bar{\mathbf{E}}_{il} + \bar{\kappa}^* \bar{\mathbf{H}}_{il}) (1 + f_{il}) + [(\bar{\nabla}_{\varepsilon^*} \bar{\mathbf{E}}_{il} + \bar{\nabla}_{\kappa^*} \bar{\mathbf{H}}_{il}) + \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & + (\langle \bar{\nabla}_{\varepsilon_{il}}^* \bar{E}_{il} \rangle + \langle \bar{\nabla}_{\kappa_{il}}^* \bar{H}_{il} \rangle) (1 + f_{il}) = 0, \\
 & \sum_{i,l} \{ \overline{(\text{grad} (\ln a_{il} - j\varphi_{ai}))} + \overline{\text{grad} f_{il} - j\bar{K}_i} \} \cdot \\
 & \cdot (\bar{v}^* \bar{E}_{il} + \bar{\mu}^* \bar{H}_{il}) (1 + f_{il}) + [(\bar{\nabla}_{v^*} \bar{E}_{il} + \bar{\nabla}_{\mu^*} \bar{H}_{il}) + \\
 & + (\langle \bar{\nabla}_{v_{il}}^* \bar{E}_{il} \rangle + \langle \bar{\nabla}_{\mu_{il}}^* \bar{H}_{il} \rangle)] (1 + f_{il}) = 0,
 \end{aligned}$$

ahol a \* jelentését (46) adja. (59)-ből kiindulva a fontos vagy érdekes gyakorlati esetekben, ha ismerjük az arra az esetre érvényes \* közegjellemzőket, a csoportsebesség vizsgálható.

a) A számunkra a továbbiakban az egy módusú (homogén) esetek a fontosak. (59)-ből adódik, hogy ekkor:

$$\begin{aligned}
 (\overline{\text{grad} f - j\bar{K}}) \times \bar{H} &= \varepsilon_0 \left[ \left( \frac{\partial \bar{\varepsilon}^*}{\partial t} \bar{E} + \frac{\partial \bar{\kappa}^*}{\partial t} \bar{H} \right) + \right. \\
 & \left. + \left( \frac{\partial f}{\partial t} + j\omega_0 \right) (\bar{\varepsilon}^* \bar{E} + \bar{\kappa}^* \bar{H}) \right] \\
 (\overline{\text{grad} f - j\bar{K}}) \times \bar{E} &= -\mu_0 \left[ \left( \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial t} \bar{E} + \frac{\partial \bar{\mu}^*}{\partial t} \bar{H} \right) + \right. \\
 & \left. + \left( \frac{\partial f}{\partial t} + j\omega_0 \right) (\bar{v}^* \bar{E} + \bar{\mu}^* \bar{H}) \right] \\
 [(\overline{\text{grad} f - j\bar{K}}) + \overline{\text{grad} (\ln a - j\varphi_a)}] (\bar{\varepsilon}^* \bar{E} + \bar{\kappa}^* \bar{H}) &= 0 \\
 [(\overline{\text{grad} f - j\bar{K}}) + \overline{\text{grad} (\ln a - j\varphi_a)}] (\bar{v}^* \bar{E} + \bar{\mu}^* \bar{H}) &= 0
 \end{aligned} \tag{60}$$

Látható, hogy mindenekelőtt a \* közegjellemzők analízisét kell elvégezni, tekintve, hogy ezek ismerete nélkül érdemben továbblépni nem lehet.

Ha feltesszük, hogy  $\partial \bar{\varepsilon}^* / \partial t = 0$  stb. teljesül, és figyelembe vesszük, hogy stacioner, homogén megoldásban  $\overline{\text{grad} (\ln a - j\varphi_a)} = 0$ , akkor látszik, hogy a két második egyenlet automatikusan kielégül. Így:

$$\begin{aligned}
 (\overline{\text{grad} f - j\bar{K}}) \times \bar{H} &= \varepsilon_0 \left( \frac{\partial f}{\partial t} + j\omega_0 \right) (\bar{\varepsilon}^* \bar{E} + \bar{\kappa}^* \bar{H}) \\
 (\overline{\text{grad} f - j\bar{K}}) \times \bar{E} &= -\mu_0 \left( \frac{\partial f}{\partial t} + j\omega_0 \right) (\bar{v}^* \bar{E} + \bar{\mu}^* \bar{H})
 \end{aligned} \tag{61}$$

Legyen továbbá

$$\begin{aligned}
 \omega_f &= f' + j\omega_0; \\
 f' &= \partial f / \partial t;
 \end{aligned}$$

$$\bar{K}_f \bar{u} = (\overline{\text{grad} f - j\bar{K}}) \times \bar{u} = (\bar{\mathcal{F}} - j\bar{K}) \bar{u} \tag{62}$$

Ekkor (61) a szokásos módon [5] átalakítható,  $\bar{E}$ -re, vagy  $\bar{H}$ -ra kifejtendő.  $\bar{E}$ -re kifejtve:

$$[(\bar{K}_f - \varepsilon_0 \omega_f \bar{\kappa}^*) \bar{\mu}^{*-1} (\bar{K}_f + \mu_0 \omega_f \bar{v}^*) + \varepsilon_0 \mu_0 \omega_f^2 \bar{\varepsilon}^*] \bar{E} = 0. \tag{63}$$

A  $\bar{H}$ -ra kifejtett alak ekvivalens értékű, újat nem mond [5].

Fontos azonban itt észrevenni, hogy (63)-hoz nem rendelhetünk diszperziós egyenletet.  $\bar{E}$  és  $\bar{H}$  ugyan nem nulla, de más diszperziós egyenlet sajátértékéhez tartozó megoldást jelentenek. Tehát esetünkben  $\bar{E}$

adott és a [ ]-ben levő tenzorra kell ennek fényében megállapításokat tenni.

Ezért tovább alakítjuk (63)-at és figyelembe vesszük, hogy  $\bar{E}$  (analóg módon  $\bar{H}$ ) milyen eredeti diszperziós egyenlet által leírt megoldás. Továbbá figyelembe vesszük, hogy  $f$  és  $f'$  változásai csak igen kicsinyek lehetnek, így szorzatuk elhanyagolható, másodrendűen kicsiny mennyiségnek minősül.

Ekkor:

$$\begin{aligned}
 & \{ j [ (\bar{K} + \omega_0 \varepsilon_0 \bar{\kappa}^*) \bar{\mu}^{*-1} (\bar{\mathcal{F}} + \mu_0 f' \bar{v}^*) - k_0 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} f' \bar{\varepsilon}^* ] + \\
 & + j [ (\bar{\mathcal{F}} - \varepsilon_0 f' \bar{\kappa}^*) \bar{\mu}^{*-1} (\bar{K} - \omega_0 \mu_0 \bar{v}^*) - k_0 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} f' \bar{\varepsilon}^* ] + \\
 & + [ (\bar{K} + \omega_0 \varepsilon_0 \bar{\kappa}^*) \bar{\mu}^{*-1} (\bar{K} - \omega_0 \mu_0 \bar{v}^*) + k_0^2 \bar{\varepsilon}^* ] \} \bar{E} = 0. \tag{64}
 \end{aligned}$$

Ezen egyenlettel is, mint az előzőekben is minden lépésnél, olyan alakhoz jutottunk, hogy érdemi diszkussziója a \*-gal jelölt közegjellemzők pontos ismeretét igényli.

b) Mielőtt erre rátérnénk, ellenőrzésként nézzük meg a (64) egyenlet megoldását nem-diszperzív esetben. Ekkor  $\bar{\varepsilon}^* = \bar{\varepsilon}$  stb. Ezen túlmenően az  $\omega_0 - f'$  nem 0 és nem  $\infty$  mennyiséggel szorozzuk végig az egyenletet. Így

$$\begin{aligned}
 & \left[ (\bar{K} + \omega_0 \varepsilon_0 \bar{\kappa}) \bar{\mu}^{-1} \left( \omega_0 \frac{\bar{\mathcal{F}}}{-f'} - \omega_0 \mu_0 \bar{v} \right) + \right. \\
 & \left. + \left( \omega_0 \frac{\bar{\mathcal{F}}}{-f'} + \omega_0 \varepsilon_0 \bar{\kappa} \right) \bar{\mu}^{-1} (\bar{K} - \omega_0 \mu_0 \bar{v}) + 2k_0^2 \bar{\varepsilon} \right] \bar{E} = 0.
 \end{aligned} \tag{65}$$

Ismerve, hogy  $\bar{E}$  korábbi megoldás, amely a [5]

$$[(\bar{K} + \omega_0 \varepsilon_0 \bar{\kappa}) \bar{\mu}^{-1} (\bar{K} - \omega_0 \mu_0 \bar{v}) + k_0^2 \bar{\varepsilon}] \bar{E} = 0$$

egyenlethez tartozik a kiadódó  $\bar{K}$ , illetve  $\varphi$  sajátérték és sajátfüggvény mellett, (65) csak úgy teljesülhet bármelyik létező  $\bar{E}$  esetén, ha

$$\omega_0 \left( \frac{\bar{\mathcal{F}}}{-f'} \right) = \bar{K}, \tag{66}$$

ami (54)-gyel azonos állítás.

## 5.2. A perturbált közegjellemzők

Általános vizsgálatokra nem vállalkozunk e cikk keretében. A számunkra szemléletesnek és fontosnak tűnő esetek közül három konkrét példát ragadunk ki.

a) Semleges gáz és izotróp, ionizált gáz egyszerű közelítése:

– Semleges gáz egyszerű közelítése:

A szokásos módon ekkor feltesszük, hogy  $\bar{\kappa} = \bar{v} = \bar{0}$ ,  $\bar{\mu} = \bar{1}$  és  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon \bar{1}$ , ahol  $\varepsilon = n^2$  és  $n$  a törésmutató. Ilyen esetben a gázt szokásosan nem tekintjük diszperzívnek.

Tehát:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega_0} \equiv 0,$$

és ugyanennek a következtében

$$\varepsilon^* \equiv \varepsilon \tag{67}$$



— Izotróp, ionizált gáz egyszerű közelítése:

Most sem törődünk a közegjellemző tényleges szerkezetével, hanem a már ismert [6 stb.] eredményeket átvéve feltesszük, hogy  $\bar{\kappa} = \bar{\nu} = \bar{0}$ ,  $\bar{\mu} = \bar{1}$  és  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon \bar{1}$ , ahol:

$$\varepsilon \leq 1, \quad \text{azaz} \quad \varepsilon = 1 - e.$$

Tekintve, hogy  $e \cong \omega_p^2 / \omega_0^2$ , ahol  $\omega_p$  a plazma frekvencia [4, 6 stb.] és (62)-t is ismerjük:

$$\varepsilon^* = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega_0 - jf')^2} \cong \varepsilon - j2e \frac{f'}{\omega_0}, \quad (68)$$

— Ezen egyszerű közelítések összehasonlító vizsgálódásra lesznek jók. Azonban a közegjellemzők pontos analízise érdekesebb összefüggéseket tár fel.

b) Semleges gáz pontos analízise:

Egyszerű semleges gázban tudjuk, hogy  $\bar{\kappa} = \bar{\nu} = \bar{0}$ ,  $\bar{\mu} = \bar{1}$ . A permittivitás meghatározásához pedig a polarizáció esetén fellépő mozgásegyenletről indulunk ki. Közismert, hogy:

$$m \frac{d\bar{\nu}}{dt} = -a\bar{r} + q\bar{E},$$

ahol  $m$  a részecske tömege,  $\bar{\nu}$  a sebesség,  $a$  a rugalmas visszahúzó erő jellemző állandója (kis kitérésekről van szó) és  $q$  a töltés. Tehát:

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} + \frac{a}{m}\bar{r} = \frac{q}{m}\bar{E}, \quad (69)$$

és az állapot stacioner volta miatt csak az időben állandósuló megoldás érdekel bennünket.  $\bar{E} = \bar{E}_0 e^{j\omega_0 t}$

$$\bar{r} = \bar{A} e^{j\frac{a}{m}t} + \frac{q}{m}\bar{E}_0 \frac{1}{\frac{a}{m} - \omega_0^2} e^{j\omega_0 t},$$

ahol (a stacioner állapot miatt) jogos az  $\bar{A} \equiv 0$  megoldás elfogadása a szokásos módon. Innen, mivel

$$\bar{D} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \bar{J} dt + \bar{E},$$

[5], adódik

$$\bar{D} = \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{q^2 N}{a - m\omega_0^2} \right] \bar{E}_0 e^{j\omega_0 t},$$

ahol  $\bar{J}$  az áramsűrűség,  $N$  a részecskesűrűség.

Tehát:

$$\varepsilon = 1 + \frac{q^2 N}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\frac{a}{m} - \omega_0^2}. \quad (70)$$

Fontos: Amíg  $\omega_0^2 \ll a/m$ , addig

$$\varepsilon \cong 1 + \frac{q^2 N}{\varepsilon_0 a} = \text{állandó}. \quad (70a)$$

Azonban a rezonancia környékén, illetve felette a közeg diszperzív lesz. Ekkor például, ha  $\omega_0^2 \gg a/m$ ,

akkor:

$$\varepsilon \cong 1 - \frac{q^2 N}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2}. \quad (70b)$$

Ezért általános esetben, semleges gázban  $\varepsilon^* \neq \varepsilon$ !

A perturbált  $\varepsilon^*$  meghatározásakor  $\bar{E}^* = (1+f)\bar{E}_0 e^{j\omega_0 t}$  gerjesztő térrel számolunk. (69) megoldását próbáljuk meg a (61) és (62) egyenletek sugallta alakban keresni, azaz  $\bar{r}^*$ -ban  $\bar{A} = 0$  és  $\omega_0 \rightarrow \omega_0^* = \omega_0 \left( 1 + \frac{f'}{j\omega_0} \right)$  helyettesítéssel éljünk. Belátható, hogy, a

$$\frac{d^2\bar{\nu}^*}{dt^2} + \frac{a}{m}\bar{r}^* = \frac{q}{m}\bar{E}^*,$$

egyenletnek az

$$\bar{r}^* = \frac{q}{m} \frac{(1+f)\bar{E}_0}{\frac{a}{m} - \omega_0^{*2} \left( 1 + \frac{f'}{j\omega_0} \right)^2} e^{j\omega_0^* t},$$

stacioner megoldása, ha

$$\partial\omega_0^*/\partial t = 0.$$

$$\partial\omega_0^*/\partial t = -jf'' \cong 0, \quad (71)$$

a korábban tett feltevéseink értelmében. Az ellenőrzésnél a másodrendűen kicsiny mennyiségeket elhanyagoljuk.

Tehát a linearitás diszperzív esetben (az adott példában) nem a jel paramétereitől való teljes függetlenséget jelenti, hanem az általános értelemben vett frekvenciától ( $\omega_0^*$ ) való függés mellett a (71) egyenlet teljesülését! Ez esetben a diszperzív, semleges gáz még lineáris.

Így:

$$\varepsilon^* = 1 + \frac{q^2 N}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\frac{a}{m} - \omega_0^{*2} \left( 1 + \frac{f'}{j\omega_0} \right)^2} \quad (72)$$

(70) és (72) felhasználásával analizálni fogjuk a  $v_g$  alakulását semleges gázban.

Fontos: Pontosabb vizsgálatokban sem a belső veszteségek, sem a több gázkomponens hatása nem hanyagolható el, sem az  $\bar{A} = 0$  feltétel nem érvényesíthető (legalábbis külön elemzés nélkül — lásd a 3.1. pont utolsó megjegyzését).

c) Anizotróp plazma analízise:

Tudjuk, hogy anizotróp plazmában  $\bar{\kappa} = \bar{\nu} = \bar{0}$ , és  $\bar{\mu} = \bar{1}$ , továbbá a permittivitás  $\bar{\varepsilon}$  [6, 7]. Ezen túlmenően

$$\bar{D} = \bar{\varepsilon}\bar{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \bar{J} dt + \bar{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \bar{\sigma}\bar{E} dt + \bar{E},$$

ahol  $\bar{\sigma}$  a vezetés tenzora [5].

— A nem-perturbált permittivitás:

A szokásos módon [6, 7], temperált plazmában, az ütközési tagokat elhanyagolva, figyelembe véve, hogy a pozitív részecskék és a negatív részecskék (elektronok) tömege sok nagyságrenddel eltér



( $m_+ \gg m_-$ ) és az anizotrópiát okozó mágneses tér a jelhez képest állandó, azaz

$$\frac{\partial \bar{B}_0}{\partial t} \cong 0 \ll \frac{\partial \bar{E}}{\partial t},$$

akkor a mozgásegyenlet, amit csak az elektronokra kell felírunk ezen egyszerűbb közelítésben

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = q(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}_0),$$

$\bar{E} = \bar{E}_0 e^{j\omega_0 t}$  és csak stacioner megoldást keresünk. Ezért:

$$\bar{v} = \bar{v}_0 e^{j\omega_0 t}, \quad d\bar{v}/dt = j\omega_0 \bar{v}$$

feltételezéssel élünk. (Itt is érvényes az 5.2b pont zárómegjegyzése.) Legyen továbbá:

$$-\frac{q}{m} \bar{B}_0 \times \bar{v} = \bar{\omega}_b \times \bar{v} = \bar{\Omega}_B \bar{v}.$$

Így:

$$(j\omega_0 \bar{1} - \bar{\Omega}_B) \bar{v} = \frac{q}{m} \bar{E} \quad \text{és}$$

$$\bar{J} = \frac{q^2 N}{m} (j\omega_0 \bar{1} - \bar{\Omega}_B)^{-1} \bar{E} = qN \bar{v}.$$

Az irodalomban leghasználatosabb [2–8]  $\bar{B}_0(0, 0, B_0)$  koordinátarendszer-választással élünk. Ekkor

$$\bar{J} = \frac{q^2 N}{m} \begin{bmatrix} j\omega_0 & -\omega_b & 0 \\ \omega_b & j\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & j\omega_0 \end{bmatrix}^{-1} \bar{E} = \frac{q^2 N}{m} \bar{I}^{-1} \bar{E} \quad (73)$$

Elvégezve (73) kifejtését és figyelembe véve az előzőek alapján, hogy

$$\varepsilon_0 \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \bar{J} + j\omega_0 \varepsilon_0 \bar{E} = \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{\varepsilon} \bar{E}}{\partial t},$$

adódik, hogy:

$$\bar{J} + j\omega_0 \varepsilon_0 \bar{E} = j\omega_0 \varepsilon_0 \bar{\varepsilon} \bar{E} = j\omega_0 \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{\perp} & -j\varepsilon_x & 0 \\ j\varepsilon_x & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{bmatrix} \bar{E}, \quad (74)$$

ahol a tett feltevések mellett:

$$\varepsilon_{\perp} = 1 - \frac{\alpha^2}{1 - \beta^2}; \quad \alpha^2 = \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} = \frac{q^2 N}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2};$$

$$\varepsilon_{\parallel} = 1 - \alpha^2; \quad \beta = \frac{\omega_b}{\omega_0} = \frac{qB_0}{m\omega_0}.$$

$$\varepsilon_x = \frac{\alpha^2 \beta}{1 - \beta^2};$$

Látható, hogy  $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}(\omega_0)$ , a közeg anizotróp és diszperzív.

– A perturbált permittivitás:

A fentiekkel teljesen analóg utat járunk végig az  $\bar{E}^* = (1+f)\bar{E}_0 e^{j\omega_0 t}$  gerjesztés esetén. A megoldandó egyenlet ekkor:

$$\left( \frac{d}{dt} \bar{1} - \bar{\Omega}_B \right) \bar{v}^* = \frac{q}{m} \bar{E}^*. \quad (75)$$

Vegyük figyelembe, hogy

$$\frac{d\bar{E}^*}{dt} \cong j\omega_0 \left( 1 + \frac{f'}{j\omega_0} \right) \bar{E}^* = j\omega_0^* \bar{E}^*,$$

valamint a nem-perturbált eset levezetésének rész-eredményeit. Ezek alapján keressük a megoldást a

$$\frac{d}{dt} \rightarrow j\omega_0^* \quad (76)$$

operátorcserével, vagyis a  $\bar{v}^* = \bar{v}_0^* e^{j\omega_0^* t}$  hipotézissel tudva, hogy  $\bar{v}^*$  ugyanúgy nem állandó, mint  $(1+f)\bar{E}_0$ . Ez az út járható, ha teljesül a

$$\left( \frac{d}{dt} \bar{1} - \bar{\Omega}_B \right) \bar{v}^* = \frac{q}{m} (1+f) \bar{E}_0 e^{j\omega_0^* t} \quad (77)$$

egyenlet

$$\bar{v}_0^* = \frac{q}{m} (j\omega_0^* \bar{1} - \bar{\Omega}_B)^{-1} (1+f) \bar{E}_0$$

mellett.

Innen:

$$\bar{I}^{*-1} = \frac{1}{j\omega_0^* (\omega_b^2 - \omega_0^{*2})} \begin{bmatrix} -\omega_0^{*2} & -j\omega_0^* \omega_b & 0 \\ j\omega_0^* \omega_b & -\omega_0^{*2} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_b^2 - \omega_0^{*2} \end{bmatrix}. \quad (78)$$

Ezeket felhasználva ellenőrizhető, hogy a

$$\bar{v}^* = \frac{q}{m} \bar{I}^{*-1} (1+f) \bar{E}_0 e^{j\omega_0^* t} \quad (79)$$

megoldása-e az eredeti (75) egyenletünknek. Behelyettesítés és kifejtés után

$$\frac{\partial \bar{I}^{*-1}}{\partial t} + (j\omega_0^* \bar{1} - \bar{\Omega}_B) \bar{I}^{*-1} = \bar{1}. \quad (80)$$

(78)-ből látható, hogy  $\bar{I}^{*-1}$ -ben csak  $\omega_0^*$  az időfüggő és (71) alapján a korábban tett feltevésekkel összhangban

$$\partial \omega_0^* / \partial t \cong 0.$$

Hiszen e vizsgálatok elvégzésével alapfeltételei között szerepelt az  $f \ll 1$ ,  $f \ll \omega_0$  is.

Állítás: Az anizotróp (homogén) plazma addig tekinthető lineárisan diszperzív közegnek, amíg a

$$\frac{\partial \bar{I}^{*-1}}{\partial t} \cong 0 \quad (81a)$$

feltevéssel a (80) egyenletben élhetünk. Ez a linearitás feltétele!

Ekkor viszont (80) az  $\bar{1}^* \bar{I}^{*-1} \equiv \bar{1}$  azonossággá válik, s így (79) megoldása (75)-nek.

Tehát  $\bar{\varepsilon}^*$  formailag azonos a (74)-ben megadott  $\bar{\varepsilon}$ -nal, csak az  $\omega_0 \rightarrow \omega_0^* = \omega_0(1+f'/j\omega_0)$  cserét kell alkalmazni.

$$\bar{\varepsilon}^* = \bar{\varepsilon}(\omega_0 \rightarrow \omega_0^*) \quad (81b)$$

d) Megjegyzés: Jelen pontban az  $\bar{\varepsilon}^*$  meghatározásán kívül sikerült objektív kritériumot adni, hogy a jel időbeli változásait leíró paraméterektől függő közegjellemzők mennyiben és milyen határokon belül tekinthetők lineárisnak.



5.3. A csoportsebesség diszperzív esetekben

Az 5.2. pontban meghatározott közegjellemzők felhasználásával nézzük meg e gyakorlatilag is fontos esetekben a monokromatikus, egy módusú jelben a  $v_g$  alakulását. A kapott eredmények bármilyen irányban — más homogén közeg, inhomogén közeg, diszperzív távvezeték stb. — könnyen általánosíthatók.

Az 5.2. pontban olyan eseteket szemeltünk ki példaként, ahol  $\bar{n} = \bar{v} = \bar{0}$  és  $\bar{\mu} = \bar{1}$ , azaz  $\bar{n}^* = \bar{v}^* = \bar{0}$  és  $\bar{\mu}^* = \bar{1}$  egyidejűleg. Innen kiindulva (64) egyenletünk új alakja, (65a)-t is felhasználva:

$$\left[ \bar{K} \bar{\mathcal{F}} + \bar{\mathcal{F}} \bar{K} - 2k_0^2 \frac{f}{\omega_0} \bar{\varepsilon}^* - jk_0^2 (\bar{\varepsilon}^* - \bar{\varepsilon}) \right] \bar{E} = 0. \quad (82)$$

Figyelembe véve, hogy  $k_0^2 = \omega_0^2/c^2$ , értelemszerű rövidítésekkel élve és tudva, hogy  $\bar{K} = k_0 \bar{\mathcal{K}}$  megengedett és célszerű átírás [1, 5], legyen.

$$\bar{\mathcal{K}} \bar{\mathcal{F}} + \bar{\mathcal{F}} \bar{\mathcal{K}} = \bar{k}_{KF}.$$

Innen (82), ha

$$\bar{A}_\varepsilon = 2(-f') \bar{\varepsilon}^* - j\omega_0 (\bar{\varepsilon}^* - \bar{\varepsilon})$$

akkor a

$$\left( \bar{k}_{KF} + \frac{1}{c} \bar{A}_\varepsilon \right) \bar{E} = 0 \quad (83)$$

egyenlet határozza meg a csoportsebességet a minket érdeklő esetekben, ahol  $\bar{E}$  a Maxwell-egyenletek ismert monokromatikus (síkhullám) alapmegoldása.

a) Semleges és izotróp, ionizált gáz összehasonlítása:

E példában a (67) és (68) összefüggéseket használjuk fel (83) további kifejtésénél. A közeg izotróp volta miatt felvehetünk az általánosság megszorítása nélkül

$$\bar{K} = Ki \quad \text{és} \quad K = k_0 \sqrt{\varepsilon} = \omega_0 \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c}$$

$x$ -irányban terjedő jelet. Tudjuk, hogy  $\bar{E}(0, E_y, E_z)$  a megoldás alakja.

— Semleges gáz esetén emellett (67) teljesül. Innen (83), célszerűen átalakítva:

$$\left[ \left( \frac{\bar{K}}{\omega_0} \frac{\bar{\mathcal{F}}}{(-f')} + \frac{\bar{\mathcal{F}}}{(-f')} \frac{\bar{K}}{\omega_0} \right) + 2 \frac{\varepsilon}{c^2} \bar{1} \right] \bar{E} = 0.$$

Innen adódik, hogy

$$\frac{\varepsilon}{c^2} E_x = 0$$

ami triviálisan teljesül. Az  $E_y \neq 0$ ,  $E_z \neq 0$  miatt pedig a

$$\frac{K}{\omega_0} \frac{(\partial f / \partial x)}{(-\partial f / \partial t)} = \frac{\varepsilon}{c^2} \quad (84)$$

azaz

$$v_g = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (84a)$$

helyes eredmény.

— Általában is izotróp elemi úton belátható innen, hogy  $\bar{K}$  és  $\text{grad } f \parallel$  vektorok.

— Izotróp, ionizált gáz esetén (68)-at használjuk fel a kifejtésnél. Ekkor:

$$\left[ \left( \frac{\bar{K}}{\omega_0} \frac{\bar{\mathcal{F}}}{(-f')} + \frac{\bar{\mathcal{F}}}{(-f')} \frac{\bar{K}}{\omega_0} \right) - \frac{2}{c^2} \bar{1} \right] \bar{E} = 0.$$

Innen:

$$\frac{K}{\omega_0} \frac{(\partial f / \partial x)}{(-\partial f / \partial t)} = \frac{1}{c^2} \quad (85)$$

azaz

$$v_g = c \sqrt{\varepsilon} \quad (85a)$$

— Kihhasználva a  $\bar{K} \parallel \text{grad } f$  tényét, kaphatunk (82)-ből a két gáztípusra közös kifejezést is. Ekkor már a levezetés során felhasználjuk a

$$K/\omega_0 = 1/v_f = \sqrt{\varepsilon}/c \quad \text{és} \quad \bar{\mathcal{F}}/(-f') = 1/v_g$$

jelöléseket. Így a feltételi egyenlet (82)-ből,

$$v_g = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\varepsilon^* - j \frac{\omega_0}{f'} \frac{\varepsilon^* - \varepsilon}{2}} c. \quad (86)$$

Mivel monokromatikus jelet vizsgálunk és  $f'$  igen kicsiny, ha szükséges, figyelembe vesszük az  $f'/\omega_0 \ll 1$  egyenlőtlenséget is.

Semleges gázban innen — (67) —

$$v_g = c \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

Izotróp plazmában innen — (68) —

$$v_g = c \sqrt{\varepsilon}.$$

Vákuumban ellenőrzésként:

$$v_g = c.$$

Állítás: Eddigi eredményeink alapján látható, hogy a különféle közegek összehasonlító elemzése e módszer segítségével igen jól és áttekinthetően végezhető el.

b) Semleges gáz részletes vizsgálata:

A (70) és (72) összefüggések mutatták, hogy az izotrópia megmaradt. Ezért ez esetben is vizsgáljunk  $x$ -irányú terjedést, ahol:

$$\bar{\mathcal{X}}_2 = \bar{\mathcal{X}}_3 = E_1 = 0$$

és

$$\bar{\mathcal{X}}_1 = \bar{\mathcal{X}} = \sqrt{\varepsilon}$$

(83) alakja ekkor, ha  $\bar{\varepsilon}^* - \bar{\varepsilon} \equiv \bar{\varepsilon}^*$  jelölést is használunk:

$$\left\{ \sqrt{\varepsilon} \begin{bmatrix} 0 & \bar{\mathcal{F}}_2 & \bar{\mathcal{F}}_3 \\ \bar{\mathcal{F}}_2 & -2\bar{\mathcal{F}}_1 & 0 \\ \bar{\mathcal{F}}_3 & 0 & -2\bar{\mathcal{F}}_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{c} [2(-f') \bar{\varepsilon}^* - j\omega_0 \bar{\varepsilon}^*] \right\} \begin{bmatrix} 0 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = 0. \quad (87)$$

Vegyük az általános, azaz  $\omega_0^2 \ll a/m$  és  $\omega_0^2 \lesssim a/m$



közé eső „átmeneti” szakaszra vonatkozó  $\varepsilon$  és  $\varepsilon^*$  értéket. Ekkor  $\bar{A}_\varepsilon$  meghatározható:

$$\bar{A}_\varepsilon = \frac{1}{c} [2(-f')\varepsilon^* - j\omega_0\varepsilon^*].$$

Ezen túlmenően a (70) szerint  $\varepsilon=1+e$  kifejezés szakadási helyének elkerülése érdekében tegyük fel, hogy  $\omega_0$  és  $\omega_0^*$  egyaránt elég távol van a rezonanciahelytől. Így még jogos (70) használata, elhanyagolhatók a belső súrlódási stb. veszteségek. (Ez esetünkben nem elvi megszorítás, egyszerűen számítási kényelem.) Ekkor pedig az  $\bar{A}_\varepsilon$  kifejtésénél fellépő

$$\frac{2j}{\frac{a}{m\omega_0^2}-1} \frac{f'^2}{\omega_0} \cong 0,$$

mivel másodrendűen kicsinynek tekinthető 1 mellett.

Így (70) és (72) alapján:

$$\varepsilon^* \cong -2j\omega_0 f' \frac{e}{\frac{a}{m}-\omega_0^2},$$

$$\varepsilon^* \cong \varepsilon + e^*.$$

Innen:

$$\bar{A}_\varepsilon = \frac{1}{c} A = \frac{1}{c} \left[ 2(-f')\varepsilon + 2j\omega_0 f' \frac{\varepsilon-1}{\frac{a}{m}-\omega_0^2} (j\omega_0+2f') \right].$$

$\bar{A}_\varepsilon$  kapott értékét felhasználva (87) kifejthető:

$$\begin{bmatrix} \frac{A}{c\sqrt{\varepsilon}} & \mathcal{F}_2 & \mathcal{F}_3 \\ \mathcal{F}_2 & \frac{A}{c\sqrt{\varepsilon}} - 2\mathcal{F}_1 & 0 \\ \mathcal{F}_3 & 0 & \frac{A}{c\sqrt{\varepsilon}} - 2\mathcal{F}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = 0, \quad (88)$$

(88)-ből elemi úton adódik, hogy:

$$\mathcal{F}_2 = \mathcal{F}_3 = 0, \quad \text{azaz} \quad \bar{\mathcal{F}} \parallel \bar{K}.$$

Továbbá:

$$\frac{A}{c\sqrt{\varepsilon}} - 2\mathcal{F}_1 = 0. \quad (89)$$

(89)  $v_g$ -re kifejthető és a tett felvételek mellett

$$v_g = c \frac{1}{\sqrt{\varepsilon} - \frac{\varepsilon-1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{j\omega_0}{\frac{a}{m}-\omega_0^2} (j\omega_0+2f')}. \quad (90)$$

Fontos: (90)-ből megállapíthatjuk, hogy már a leg-egyszerűbb közegekben is a  $v_g \neq v_f$  általában, s a leg-váratlanabb jelenségekre számíthatunk a terjedés-nél!

(90) diszkussziójához vezessük be az

$$\omega_p^2 = \frac{q^2 N}{\varepsilon_0 m} \quad \text{és} \quad \omega_D^2 = \frac{a}{m}$$

jelöléseket. Tudjuk továbbá, hogy  $v_f = c/\sqrt{\varepsilon}$ .

– Ha igen távol vagyunk a rezonanciától, akkor:

$$\omega_0^2 \ll \omega_D^2 \quad \text{és} \quad v_g \cong v_f \frac{1}{1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_D^2} \frac{\omega_p^2}{\omega_p^2 + \omega_D^2}} \cong v_f. \quad (91a)$$

– Ha távol vagyunk még a rezonanciától, de a nevező második tagja már nem hanyagolható el, ami az  $\omega_D/\omega_p$  viszonytól is függ, akkor

$$v_g \cong v_f \frac{1}{1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_D^2} \frac{\omega_p^2}{\omega_p^2 + \omega_D^2}} \neq v_f. \quad (91b)$$

– Végül, a feltételeink megengedte mértékben közeledve a rezonancia felé:

$$v_g \cong v_f \frac{1}{1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_D^2 - \omega_0^2} \frac{\omega_p^2}{\omega_p^2 + \omega_D^2 - \omega_0^2}} \neq v_f. \quad (91c)$$

c) Anizotróp plazma analízise:

Mivel korábban  $\bar{B}_0(0, 0, B_0)$ -hoz illeszkedő koordináta rendszert választottunk, az általánosság megszorítása nélkül választhatunk:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} 0 & -K_3 & 0 \\ K_3 & 0 & -K_1 \\ 0 & K_1 & 0 \end{bmatrix}$$

megoldást. Ekkor (83) a

$$\left\{ c\bar{\mathcal{K}} \begin{pmatrix} \bar{\mathcal{F}} \\ -f' \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} \bar{\mathcal{F}} \\ -f' \end{pmatrix} \bar{\mathcal{K}} + \left[ 2\bar{\varepsilon}^* - j \frac{\omega_0}{(-f')} (\bar{\varepsilon}^* - \bar{\varepsilon}) \right] \right\} \bar{E} = 0. \quad (92)$$

Mindenekelőtt az  $\bar{\varepsilon}^*$  egyes komponenseinek elemzését végezzük el, s a megtehető elhanyagolások után:

$$\varepsilon_\perp^* \cong 1 - \frac{\alpha^2}{1-\beta^2} \left( 1 - 2 \frac{f'}{j\omega_0} \frac{1}{1-\beta^2} \right) = \varepsilon_\perp + e_\perp^*,$$

$$\varepsilon_\parallel^* \cong 1 - \alpha^2 \left( 1 - 2 \frac{f'}{j\omega_0} \right) = \varepsilon_\parallel + e_\parallel^*, \quad (93)$$

$$\varepsilon_x^* \cong \varepsilon_x \left( 1 - \frac{f'}{j\omega_0} \frac{3-\beta^2}{1-\beta^2} \right) = \varepsilon_x - e_x^*.$$

(93) felhasználásával belátható, hogy

$$\bar{\varepsilon}^* - \bar{\varepsilon} = \bar{e}^* = \begin{bmatrix} e_\perp^* & je_x^* & 0 \\ -je_x^* & e_\perp^* & 0 \\ 0 & 0 & e_\parallel^* \end{bmatrix} \sim f'. \quad (94)$$

Innen az  $\bar{A}_\varepsilon$  megadható:



$$\bar{A}_e = (-2f') \begin{bmatrix} \left(1 - e_{\perp} \frac{\beta^2}{1 - \beta^2}\right) & j\epsilon_x \frac{2}{1 - \beta^2} & 0 \\ -j\epsilon_x \frac{2}{1 - \beta^2} & \left(1 - e_{\perp} \frac{\beta^2}{1 - \beta^2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (-2f') \bar{a}_e. \quad (95)$$

Ha a plazma izotróp ( $B_0 \equiv 0$ ), akkor  $\bar{A}_{eiz} = (-2f') \bar{1}$ . Ebben az esetben rövid úton belátható, hogy visszajutunk a (85) és (85a) eredményekhez.

Esetünkben tehát a csoportsebességet megadó egyenlet:

$$\left\{ \frac{c}{2} \frac{1}{(-f')} \begin{bmatrix} -2\mathcal{K}_3\mathcal{F}_3 & \mathcal{K}_1\mathcal{F}_2 & (\mathcal{K}_1\mathcal{F}_3 + \mathcal{K}_3\mathcal{F}_1) \\ \mathcal{K}_1\mathcal{F}_2 & -2(\mathcal{K}_3\mathcal{F}_3 + \mathcal{K}_1\mathcal{F}_1) & \mathcal{K}_3\mathcal{F}_2 \\ (\mathcal{K}_1\mathcal{F}_3 + \mathcal{K}_3\mathcal{F}_1) & \mathcal{K}_3\mathcal{F}_2 & -2\mathcal{K}_1\mathcal{F}_1 \end{bmatrix} + \bar{a}_e \right\} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = 0. \quad (96)$$

Innen az anizotróp plazmában ismert [6–8] valamely  $\bar{E}$  megoldást kivéve a hozzátartozó  $\bar{K}$  ( $K_1, 0, K_3$ )-mal, azt (96)-ba visszahelyettesítve, felírhatók és diszkutálhatók a komponens egyenletek. Ezek alapján adódik a konkrét terjedési irányra vonatkozó  $\bar{F}/(-f')$  „energiaterjedési tényező” és  $v_g = |-f'|/\bar{F}$  is.

Ezek az eredmények alapvetően fontosakká válnak például a whistlerek terjedési útja elemzésében és számos más úrkutatási, csillagászati és mérnöki vizsgálatban!

#### 5.4. Összegezve

A diszperzív esetekben is sikeresen alkalmaztuk a  $v_g$  meghatározására javasolt eljárást és bemutattuk az eljárás gyakorlati alkalmazását is egyidejűleg új eredményeket nyerve.

### 6. Az egyéb perturbációk terjedése

A 4. pont bevezetőjében felvázoltuk, hogy stacioner megoldásunkat

$$(a_{il} + \delta_i); \quad (\varphi_{ai} + \delta_i); \quad (\omega_0 + \delta_i) \quad \text{és} \quad (\bar{F}_{0il} + \delta_i)$$

módon lehet perturbálni. A 3. pont alapján indokoltuk, miért az  $(a_{il} + \delta_i)$  perturbációval vizsgáljuk  $v_g$ -t. Most röviden vizsgáljuk meg a többi perturbáció viselkedését is. Ez különösen a különféle modulációs eljárások terjedése szempontjából érdekes!

Alapkifejezésünk a (43) egyenlet. Ezzel összevetve vizsgáljuk a többi elemi „moduláció” viselkedését.

#### 6.1. Fázis-perturbáció

Ebben az esetben a perturbált tényező az

$$e^{-j(\varphi_{ai} + \delta_i)} = e^{-j\varphi_{ai}} \left(1 + \frac{\delta_i}{\varphi_{ai}}\right) \cong \left[ \left(1 + \frac{\delta_i}{\varphi_{ai}}\right) e \right]^{-j\varphi_{ai}},$$

tekintve, hogy  $\frac{\delta_i}{\varphi_{ai}} \ll 1$ . Innen:

$$e^{-j(\varphi_{ai} + \delta_i)} \cong 1 - j\delta_i e^{-j\varphi_{ai}}.$$

Tehát a fázis-moduláció (perturbáció) az

$$f_i \rightarrow (-j\delta_i) \quad (97)$$

analógiával az amplitúdó-perturbációra vezethető vissza. Azzal azonos módon terjed.

#### 6.2. Polarizáció-perturbáció

Ebben az esetben a perturbált tényező az

$$(\bar{F}_{0il} + \delta_i) = F_{0il}(\bar{e}_{0il} + f_{il}\bar{e}_{\delta i}).$$

Legyen

$$\bar{e}_{\delta i} = \bar{T}_{\delta i} \bar{e}_{0il}, \quad \text{azaz}$$

$$\bar{f}_{il} = f_{il} \bar{T}_{\delta i}.$$

Tehát

$$\bar{F}_{\delta} = \sum_{i,l} (\bar{1} + f_{il}) \bar{F}_{il}. \quad (98)$$

(98) értékeléséhez diszkutáljuk az  $\bar{F}_{\delta} = (\bar{1} + f\bar{T}_{\delta})\bar{F}_1$  egymódusú megoldását. Az  $\bar{F}_{\delta}$ -val végzendő műveletek a Maxwell-egyenletekbe való behelyettesítés után rot, div és  $\partial/\partial t$ . Megvizsgálhatók ezek  $\bar{F}_1$ -re és  $f\bar{T}_{\delta}\bar{F}_1$ -re egyaránt.

A részletszámítások elvégzése után belátható, hogy az egyenletek két független részre esnek szét, s innen

$$\bar{T}_{\delta}\bar{F}_1 = \bar{F}_2, \quad (99)$$

az ugyanazon a  $\varphi$ -hez tartozó, más polarizációjú, független megoldás. Tehát ekkor:

$$\bar{F}_{\delta} = \bar{F}_1 + f\bar{F}_2.$$

Tehát polarizáció-moduláció esetén a perturbáció új módust hoz be, s az alapjel és az új összetevő csoportsebessége nem szükségképpen azonos.

Polarizáció-moduláció esetén ezért járulékos terjedési hatások (zavarok) felléptével kell számolni.

#### 6.3. Frekvencia-perturbáció

Ebben az esetben a perturbált tényező az

$$e^{j(\omega_0 + \delta_i)t} \cong (1 + j\delta_i t) e^{j\omega_0 t}, \quad (100)$$

a szokott módon átírva. (100)-at csak akkor lehet az eddigi eredmények felhasználásával kezelni, ha a  $\delta_i \ll \omega_0$  mellett a

$$\delta_i t \ll 1 \quad (101)$$



is teljesül. (101) teljesülése esetén eddigi eredményeink átvehetők.

Általában azonban  $t$  miatt (101) nem teljesül.

Tehát a frekvencia-moduláció alapvetően eltér az eddigi esetektől. Terjedése külön elemzendő nem monokromatikusként kezelve a jelet.

Kiegészítés:

Kísérjük meg csak a szigorúan és gyorsan 0-hoz tartó perturbációkat kiválasztva szigorúan monokromatikus esetben külön megszorításokkal előző eredményeink esetleges érvényességi körét megkeresni.

Az előzőeket szem előtt tartva azt mondhatjuk, hogy ha eredményeink külön megszorításokkal alkalmazhatók, akkor — esetleg másodrendűen kicsiny  $\delta$ , mellett — értelmezni tudjuk a

$$\overline{\mathcal{D}} = jt\overline{\Delta} \text{ tenzort, ahol}$$

$$\overline{\Delta} \rightarrow \overline{\text{grad } \delta} \times \dots \text{-hoz tartozik.}$$

Nem-diszperzív esetben ekkor érvényesnek kell lenni például a

$$\frac{K}{\omega_0} = \frac{|\overline{\text{grad } \delta}|}{|-\delta'|} \quad (102)$$

összefüggésnek. Azonban esetünkben

$$\frac{\overline{K}}{\omega_0} = \frac{\overline{\mathcal{D}}}{(-d')}, \quad (103)$$

ahol  $(-d') = (-jt)(\delta' + \delta/t)$ . Innen pedig, mivel (103)-ból

$$\frac{K}{\omega_0} = \frac{|\overline{\text{grad } \delta}|}{|-\delta' - \delta/t|}, \quad (104)$$

adódik, (102) teljesüléséhez a

$$\delta \ll \delta' t \quad (105)$$

járulékos feltételnek kell teljesülni.

Tehát érvényesek korábbi eredményeink, ha egyidejűleg teljesül a

$$\begin{aligned} \delta &\ll \omega_0, \\ \delta t &\ll 1, \\ \delta &\ll \delta' t \end{aligned} \quad (106)$$

feltétel.

Azonban  $\delta$  perturbáció, a hely és idő függvénye, amint azt korábban beláttuk. Perturbáció volta miatt  $\delta$  kiindulási ( $\delta_0$ ) értéke biztosan 0 és igen kicsiny, térben és időben lassan változó volta miatt általában közelíthetjük sorfejtéssel, például:

$$\delta(t)\vec{r} \sim \delta_0\vec{r} + \delta'_r t \sim \delta'_r t \quad (107)$$

alakban.

(105) és (107) egyszerre nem teljesülhet.

Fontos:

Részletes vizsgálattal talán találhatnánk olyan  $\delta(\vec{r}, t)$  perturbációosztályt, amelyre a korábbi eredmények frekvencia-moduláció esetén is érvényesek. Általában azonban a frekvencia-perturbáció a többitől alapvetően eltérő módon viselkedik.

Úgy tűnik, hogy energetikai szempontból a frekvencia az elektromágneses jel meg nem zavarható sajátja! (E vizsgálatok ezen irányban is tovább vihetők.)

#### 6.4.

Általánosságban az az eredmény adódott, hogy az amplitúdó és a fázismoduláció ugyanazon módus modulációját jelenti, a polarizáció és a frekvencia-moduláció egy, illetve sok (esetleg  $\infty$  sok) új módus jelentkezésével jár.

A fázismoduláció terjedési szempontból az amplitúdó-moduláció párja és nem a frekvencia-modulációé! Ez a hírközlési gyakorlat számára fontos elvi eredmény.

### 7. Összefoglalás, következmények

#### 7.1.

Megállapítottuk, hogy a csoportsebesség szokásos leírása monokromatikus esetben nem igazán jó és célszerű.

Megállapítottuk, hogy a csoportsebesség szokásos leírása nem a Maxwell-egyenleteken keresztül adja meg  $v_g$ -t, hanem a felvett megoldási alakhoz köti azt.

Úgy találtuk, hogy e szokásos leírás nem alkalmas széles körű összehasonlító elemzésre, továbbá nem tekinthető teljesnek.

#### 7.2.

Megvizsgáltuk az átlagenergia értelmezhetőségének a kérdését térben, illetve közegben terjedő elektromágneses hullám esetén, ha a jel az inhomogén alpmódusok módszere segítségével leírható és egyéb tett feltevéseink teljesülnek. Ekkor:

A jel esetleges perturbációja esetén a perturbáció nagyságát és sebességét korlátozó feltételeket kaptunk.

Módszert adtunk az eredő, illetve az egymódusú tér vizsgálatára. Röviden átgondoltuk milyen kiegészítő eredményekkel járna az inhomogén alpmódusokra bontott leírás analízise — megmutatva az utat a „terjedő alpmódusok” megkereséséhez.

Az átlagenergia meghatározásánál az átlagolás felületére és időtartamára alsó és felső korlátokat találtunk.

Igazoltuk, hogy az átlagenergia csak várható értéként, valamekkora szorással együtt, értelmezhető már „klasszikus” esetben is! Úgy találtuk, hogy az átlagérték értelmezhetősége és a szórása a felvett mérőfelülettől és mérésidő-tartamtól függ. Ennek fontos elvi és mérés-technikai következményei vannak. Tovább fejlesztendő e vizsgálat a teljesen statisztikus leírás alkalmazásáig.

Igazoltuk, hogy az átlagenergia értéke nem függ a térbeli és időbeli integrálás sorrendjétől.

Igazoltuk, hogy értelmezhető átlagenergia, illetve átlagos energiasűrűség a mérési időtől, illetve felülettől függetlenül, azaz egyértelműen.

Igazoltuk, hogy ekkor az átlagenergiát egyértelműen az általános (teljes —  $\vec{F}_0$ ) jelamplitúdó határozza meg.



Utát találtunk az energiaingadozás, „bőrözés” (meddő energia) tanulmányozására bonyolultabb esetekben is.

Igazoltuk, hogy ez esetben definiálhatunk komplex Poynting-vektort, komplex átlagenergiát stb., aminek a valós része a tényleges átlagenergia.

### 7.3.

Vizsgáltuk a csoportsebességet szigorúan lineáris közegekben:

Módszert adtunk  $v_g$  meghatározására a Maxwell-egyenletekből a tett feltevések melletti általános esetben. (A csoportsebességre kapott eredményeket különös gondossággal és körültekintéssel kell átvenni olyan esetekre, amikor a fázis terjedési vektora és értelemszerűen a perturbáció terjedési vektora is komplex, azaz nem tisztán terjedést jellemez [18]).

Módszert adtunk  $v_g$  meghatározására homogén esetben is, több módusú jelekre is.

Speciális esetként megadtuk a homogén, egymódusú és homogén, egymástól függetlenül terjedő módusokból álló jelekre, hogy monokromatikus síkhullámban, még bianizotróp esetben is  $v_g \equiv v_f$  és  $\bar{v}_g \parallel \bar{v}_f$ .

Röviden összehasonlítva a mozgó, homogén közegekre vonatkozó vizsgálatokat igazoltuk, hogy:

— a fázissebesség nem einsteni módon való transzformációja által képviselt diszkrepancia igen fontos és elvi jelentőségű,

— a diszkrepancia feloldásának egyedüli lehetséges útja valamilyen geometriai jellegű vizsgálat.

### 7.4.

Vizsgáltuk a csoportsebességet diszperzív közegekben.

Megadtuk  $v_g$  Maxwell-egyenletekből való meghatározása általános módszerét. Homogén esetben a terjedési vektorort ( $\bar{K} = \text{grad } \varphi$ ) meghatározó diszperziós egyenlethez hasonló egyenlettel tudtuk leírni a csoportsebességet meghatározó energiaterjedési tényezőt.

Igazoltuk, hogy ezen egyenletek nem diszperzív esetekben a 7.3. vizsgálatok eredményeit adják vissza.

Meghatároztuk a perturbált közegjellemzőket:

— semleges gáz és izotróp plazma esetén egyszerű közelítéssel,

— semleges gázban pontosabb közelítéssel,

— anizotróp plazmában.

Ezzel egyben megmutattuk a perturbált közegjellemzők meghatározásának általános módszerét.

Megadtuk annak a pontos feltételeit, hogy a diszperzív közeg milyen esetekben tekinthető még lineárisnak.

Megadtuk a  $v_g$ -t meghatározó általános egyenletet homogén, diszperzív esetben, ha  $\bar{\kappa} = \bar{\nu} = \bar{0}$  és  $\bar{\mu} = \bar{1}$ , továbbá a permittivitás valamilyen izotróp vagy anizotróp közegjellemző.

Összehasonlító elemzést végeztünk egyszerű, semleges gáz és izotróp plazma esetében. Bemutattuk, hogyan megy át  $v_g = c/\sqrt{\epsilon}$  megoldás a  $v_g = c/\sqrt{\epsilon}$  megoldásba, miközben  $v_f = c/\sqrt{\epsilon}$  változatlanul.

Igazoltuk, hogy a módszer mind összehasonlító elemzésre, mind valamely kívánatos  $\bar{v}_g$  érték keresésére jól alkalmazható.

Részletesen analizáltuk pontosabban leírt, izotróp, semleges gázban a  $\bar{v}_g$  és  $\bar{v}_f$  kapcsolatát. Megadtuk a  $v_g \equiv v_f$  teljesülése feltételeit, még más esetekben az eltérés jellegét. Igazoltuk, hogy általában is  $\bar{v}_g \parallel \bar{v}_f$ , de  $v_g \neq v_f$ .

Részletesen vizsgáltuk  $v_g$  meghatározását anizotróp plazmában. Megadtuk a meghatározás módját és fontosabb alkalmazási területeit.

### 7.5.

Megvizsgáltuk a fázis-, polarizáció- és frekvencia-perturbáció jellegét az amplitúdó-perturbációval összevetve. Megadtuk, mely esetben várhatók nagyobb vagy a monokromatikusétól eltérő terjedési zavarok. Javaslatot tettünk az általános híradástechnikai, mérnöki alkalmazásra.

\*

Ez úton is köszönetet mondok dr. Károlyházi Frigyes professzornak észrevételeiért és tanácsaiért.

## I R O D A L O M

- [1] Ferencz Cs.: Elektromágneses hullámterjedés inhomogén közegben: Az inhomogén alapmódusok módszere. Híradástechnika, XXVIII., 50, 1977.
- [2] K. Simonyi: Theoretische Elektrotechnik. VEB Deutsches Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1968.
- [3] I. E. Tamm: Osznovi Teorii Elektricsesztva. Izd. „Nauka” Moszkva, 1966.
- [4] J. J. Brandstatter: An Introduction to Waves, Rays and Radiation in Plasma Media. McGraw-Hill Book Co., New-York, 1963.
- [5] Ferencz Cs.: Elektromágneses hullámterjedés inhomogén közegekben: Gyenge és erős inhomogenitások. Híradástechnika, XXVIII., 19, 1977.
- [6] K. G. Budden: Radio Waves in the Ionosphere. Cambridge at the Univ. Press; 1966.
- [7] W. P. Allis, S. J. Buchsbaum and A. Bers: Waves in Anisotropic Plasmas. M. I. T. Press, Cambridge, Mass, 1963.
- [8] Ferencz Cs.: Elektromágneses hullámterjedés inhomogén, lineáris közegekben. Kandidátusi értekezés, MTA Könyvtár, Budapest 1970.
- [9] Novobátsky K.: A relativitás elmélete. Tankönyvkiadó, Budapest, 1951.
- [10] G. Marx: Das Elektromagnetische Feld in bewegten, anisotropen Medien. Acta Phys. Hung., III., 75. 1953.
- [11] J. L. Synge: Relativity, the Special Theory. North-Holland Publ. Co.; Amsterdam, 1965.
- [12] M. v. Laue: Die Relativitätstheorie, I. Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1955.
- [13] H. Ott: Zum Energie-Impulstensor der Maxwell-Minkowskischen Elektrodynamik. Annalen der Phys. (6), 11, 33, 1952.
- [14] F. Beck: Die Allgemeingültigkeit der Trägheitsgesetzes der Energie in der Plankschen Fassung. Zeitschrift für Phys, 134, 136, 1953.
- [15] I. V. Lindell: On the Definiteness of the Constitutive Parameters of a Moving Anisotropic Medium. Proc. IEEE; 60, 638, 1972.
- [16] J. A. Kong and D. K. Cheng: Modified Reciprocity Theorem for Bianisotropic Media. Proc. IEEE, 117, 349, 1970.
- [17] D. Censor: First-Order Propagation in Moving Media. IEEE Trans. on Micr. Theory and Techn.; MTT-16, 565, 1968.
- [18] F. Árkos I.: Az inhomogén távvezetéken terjedő monokromatikus jel általános vizsgálata. Publikálás alatt.



## SZEMLE

Összeállította: BALOGH PÁL\*

A svájciak, mint első európai ország, jó minőségű külföldi televízióműsorokat tudnak venni, mikrohullámú normaátalakító relén keresztül. A „Weissenstein-CATV-hálózat”, amely egy, a svájci Jurában levő kb. 1200 m magas hegyről kapta nevét, amelyen a norma-átalakítót felállították, először teszi lehetővé külföldi televízióadások kifogástalan vételét Svájc egy nagyobb népességű területe számára (35 000 család). A jelenlegi kiépítettségi fokon három német és két francia csatorna vehető (tervezik ilyen módon osztrák műsorok sugárzását is Svájcban). Az USA-ban a Hughes Aircraft Company leányvállalata, a Theta-Com. által bevezetett AML-rendszer tekinthető egy sor hasonló berendezés előfutárának, amelyek Európában építés vagy tervezés alatt állnak. Amint a cég jelentéséből kiténik, ez a rendszer állítólag Ausztriában is nagy érdeklődésre talált. (*Radio Elektronik Schau, 1976. 1. sz. [260]*)

Költségmegtakarítás érhető el az AEG-Telefunken új adó-átkapcsoló automatikájával. A biztonságos műsorsugárzás érdekében a rádióadóknál minden URH-adó mellett egy azonos teljesítményű tartalék adó van rendszeresítve. Az AEG-Telefunken által újonnan kifejlesztett átkapcsoló-automatika révén (maximálisan) négy URH-adóhoz csupán egy tartalék adó szükséges. Ezáltal az URH-adóberendezés költsége jelentősen csökken. A világon elsőként a Norddeutscher Rundfunk Visselhövede-i adóállomásán, Alsó-Szászországban helyezték üzembe ezt az ún. „N+1 automatikát” teljesen tranzisztorizált URH-adókhoz. Három, egyenként 300 W teljesítményű adó van összekötve egyetlen azonos teljesítményű átkapcsoló-automatikával. (*Radio Elektronik Schau, 1976. 1. sz. [259]*)

\* Válogatás a Tungstam Műszaki és Gazdasági Tájékoztató anyagából.

A japán Hitachi új, 30 cm átmérőjű video lemezt fejlesztett ki. A lemezen a jeleket laser-sugár rögzíti. A lemez fordulatszám a közlemény szerint mindössze 6 fordulat/perc, s 54 000 félkép rögzítésére alkalmas. (*Radio Mentor Electro zic, 1976. 2. sz. [258]*)

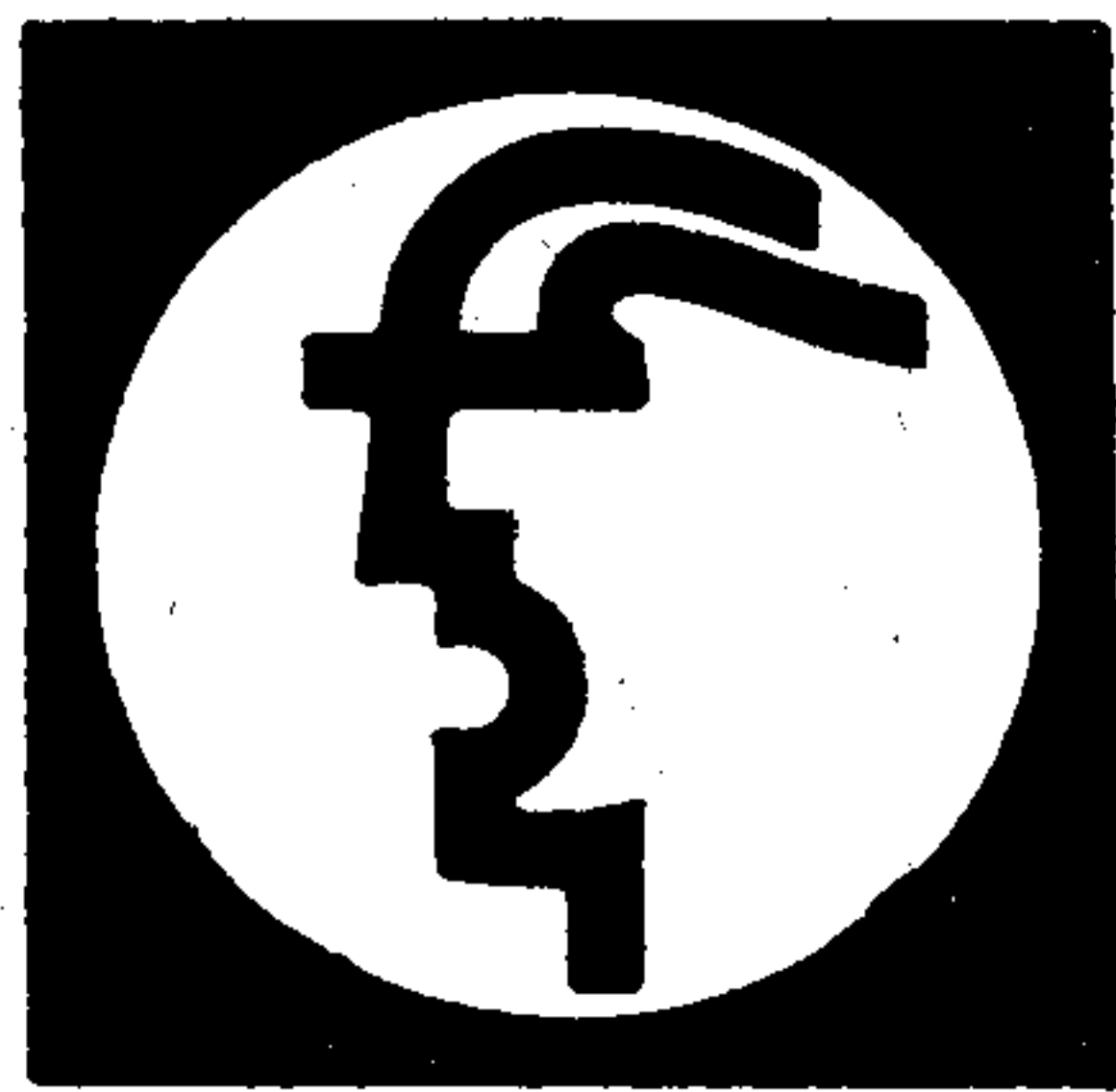
A General Electric, Schenectady (N. Y.) kutató és fejlesztő központjában újszerű terméket kísérleteztek ki, amely úgy tűnik, komoly konkurrenciát jelent a mágneslemezes tárolónak. Egy „sugárral címezhető” MOS félvezető tárolóról van szó, ahol egy elektronsugár előfeszültség alatt álló diódatároló felületen töltéseket hoz létre. Minden tárolórendszer négy MOS chipből áll. A „Beamos”-nak nevezett tároló hozzáférési ideje 30 ns, tehát sokkal rövidebb, mint a lemeztárolóé és tárolókapacitása is nagyobb. A prototípust katonai célokra fejlesztették ki, ezért szerkezetileg rendkívül robusztus. (*Elektrotechnische Zeitschrift B. 1976. 3. sz. [257]*)

Az IBM kutatóinak elektronsugár-litográfiával és ion-implantációs eljárással sikerült a félvezető tároló-chip-ek beépítési sűrűségét tízszeresére növelni. A kísérleti 8192 bit-es tároló-chip tárolási sűrűsége 775 000 bit/cm<sup>2</sup>, hozzáférési ideje 90 ns. A chipen levő tároló-áramkörök nagy sűrűségét úgy érték el, hogy az áramköri elemek kirajzolására nem fénysugarat, hanem elektronsugarat használtak. Az így készített összekötő vezetékek szélessége a chipen 1...1,5 μm, míg az optikai litográfiában 4...5 μm a jellemző. A térvezérlésű tranzisztor n-csatornás típusú, a tranzisztor-tartományokat arzén-ion-implantációval hozzák létre. A vezérlő elektródák polikristályos szilíciumból készülnek, a hozzájuk tartozó oxidréteg vastagsága 35 μm. (*Elektrotechnische Zeitschrift B. 1976. 3. sz. [256]*)

(Folytatás a 94. oldalon)

**A világ  
egyik legjelentősebb ipari vására a**

# HANNOVERI VÁSÁR '77



## Április 20 – 28.

### 24 szakkiállítás 9 nap alatt

## HUNGEXPO

Vásárképviselő, Margitta Gáborné  
1441 Budapest, Pf. 44., Tel.: 225-008, 229-659



# Digitális függvénygenerátor

ETO 681.32.058

E cikkben rövid áttekintést szeretnénk nyújtani a függvénygenerátorok különböző típusainak elvi megoldásairól, rendszerteknikai kérdéseiről. Részletesen kívánunk foglalkozni a kvarcvezérlésű, nagy frekvenciapontosságú, digitális áramkörökkel felépített függvénygenerátorok áramköri kérdéseivel, valamint a szintetizált szinuszfüggvény spektrális tisztaságával.

## Rendszerteknikai áttekintés

A függvénygenerátorok többségénél a rezgést előállító áramkör feszültséggel hangolható oszcillátor (VCO). A VCO frekvenciájának folyamatos szabályozása az esetek többségében a 0,1–1 normalizált frekvenciahatárok között lehetséges. A kisebb frekvenciájú dekádokat 10-es frekvenciaosztók biztosítják. Az alaposzcillátor és az osztó dekádok kimenőjele négyszög alakú, ez áll közvetlenül rendelkezésünkre. A további hullámformák a négyszögfeszültségből származtathatók hullámforma-konverterek segítségével.

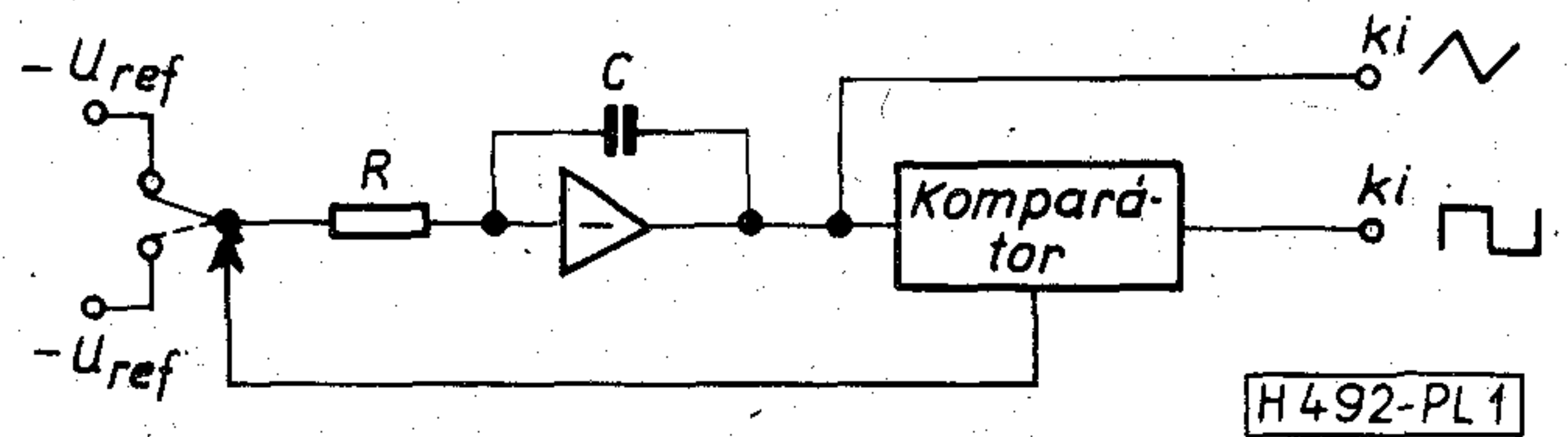
A négyszögfeszültségből a legegyszerűbb módon a háromszögfeszültség állítható elő integrátorral. Az integrátor kimenetén megjelenő háromszögfeszültség frekvenciája megegyezik a bemeneti négyszögfeszültség frekvenciájával, amplitúdója viszont a frekvencia növekedésével lineárisan csökken. A konstans amplitúdó biztosítása érdekében automatikus erősítésszabályozást kell alkalmazni. A csúcsérték-egyenirányítóval és az AGC hurokkal szemben támasztott követelmények igen nagyok, mivel a háromszögfeszültségből konvertált szinuszhullám torzítása csak a háromszögfeszültség egy szigorúan meghatározott értékénél minimalizálható.

A szinuszfeszültség pl. olyan diódás mátrix segítségével állítható elő, amelyben az egyes diódák nyitó feszültségei egymáshoz képest megfelelő mértékben el vannak tolvá. Ily módon olyan feszültségosztó négy-pólust kapunk, amelynek csillapítása a bemeneti amplitúdó függvénye, kimeneti jele töréspontokkal közelített szinuszfeszültség.

## Hullámforma-generálás egyéb módszerei

Konstans amplitúdójú háromszöghullám generálható integrátor-komparátor módszerrel (1. ábra).

Az amplitúdó stabilitása a komparálási szint stabilitásától függ, a frekvencia pedig az integrátor bemeneti feszültségének közel lineáris függvénye. Linearitás-hiba az  $\omega t = f(u)$  függvény esetében az integrátor offset feszültségének hőmérséklet-függéséből, a komparálási szint ingadozásából, valamint



1. ábra

a komparátor véges kapcsolási idejéből adódik. A kapcsolat előnye, hogy a komparátor kimenetén közvetlenül rendelkezésre áll a négyszögfeszültség is.

Háromszögfeszültségből analóg szorzó alkalmazásával is generálható szinuszfeszültség. Ha az

$$\hat{U} \sin \omega t = \hat{U} \left[ \omega t - \frac{(\omega t)^3}{3!} + \frac{(\omega t)^5}{5!} - \dots \right]$$

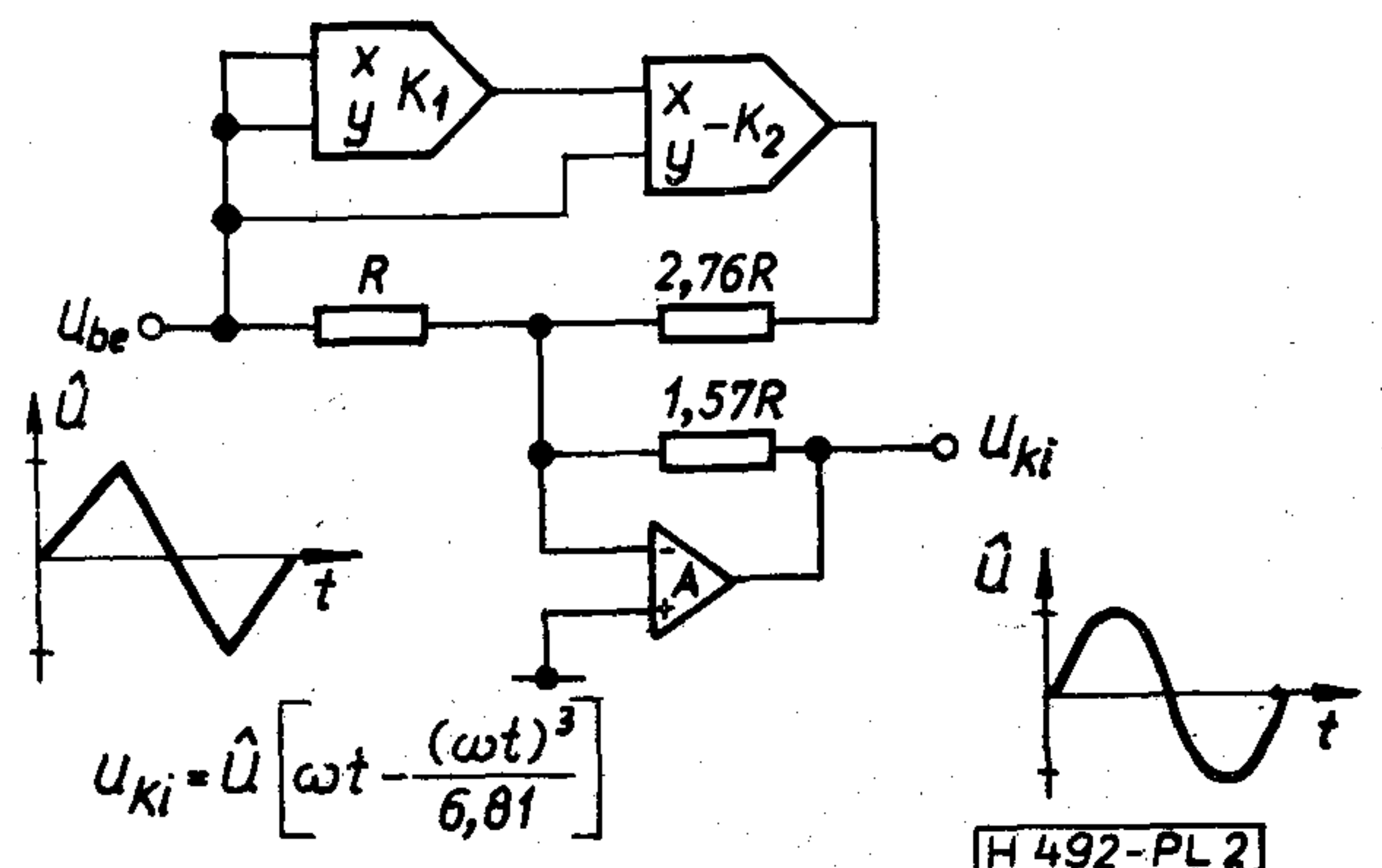
hatványsor háromnál nagyobb kitevőjű tagjait nem vesszük figyelembe, hanem konstans korrekcióval helyettesítjük, az

$$U_{ki} = \hat{U} \left[ \omega t - \frac{(\omega t)^3}{6,81} \right]$$

függvény áramköri realizálása (2. ábra) viszonylag egyszerű, és kb. 0,4% torzítású szinuszfeszültséget biztosít.

A nagy frekvenciapontosságú és stabil függvénygenerátorok többségénél a fázis zárt hurok elvét alkalmazzák. Itt a VCO frekvenciáját digitális frekvenciaosztókkal leosztják, és fázisdetektor segítségével összehasonlítják egy etalon kvarc frekvenciájával. A fázisdetektor kimenetén megjelenő hibajel a VCO frekvenciáját visszszabályozza úgy, hogy az mindig a kvarc-etalon  $n$ -szerese ( $n$  az osztóval beállítható egész szám).

Digitális áramkörökkel felépített fáziskomparátor egy lehetséges egyszerű megvalósítását mutatja a 3. ábra. E kapcsolat előnye az egyszerűség mellett az, hogy nagy frekvencia-eltéréseknél frekvencia-detektorként is képes működni. Ilyenkor az áramkör kime-

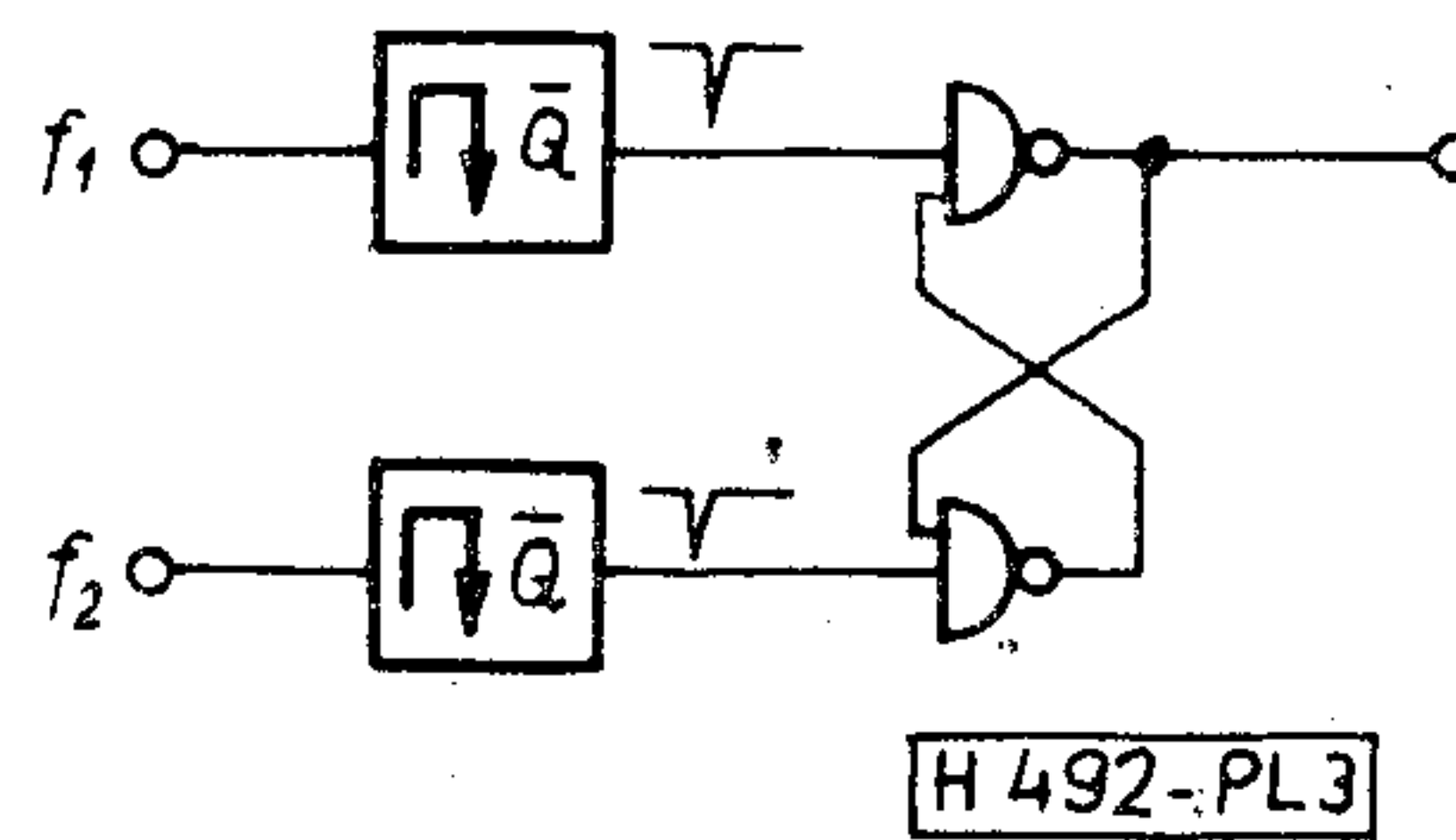


2. ábra



netén, eltekintve az igen kis kitöltési tényezőjű impulzusoktól, logikai 0, ill. 1 szintet kapunk.

Rendszertechnikailag külön helyet foglalnak el azok a függvénygenerátorok, amelyek a hullámformákat szintetikusán állítják elő. Ezek az úgynevezett szintetizátorok a kimeneti időfüggvény egyes diszkrét fázisértékeihez kiszámítják és hozzárendelik a megfelelő amplitúdóértéket, így ezzel az eljárással speciális hullámformák is megvalósíthatók.



3. ábra

### Kvarevezérlésű hullámforma-szintetizátor

#### Elvi megfontolások

Ha egy órafrekvenciát  $p \cdot 10^n$  frekvenciára úgy akarunk leosztani, hogy a leosztás  $m/10^n$  felbontással legyen beállítható (ahol  $p$  tetszőleges szám 1 és 10 között,  $m$  a felbontás frekvenciája,  $n$  a frekvencia nagyságrendjére jellemző szám), akkor digitális frekvenciaosztás esetén az óragenerátor frekvenciáját minimálisan  $\frac{p \cdot 10^{2n}}{m}$  Hz-re kell választani. 100

KHz-es kimeneti frekvenciát és 1 Hz-es felbontást feltételezve ez az érték 10 GHz-re adódik. Ekkora frekvenciára programozható digitális frekvenciaosztó nem áll rendelkezésre, ezért ez az út nem járható. A megoldási lehetőség a soros bináris szorzó alkalmazása. Ennek impulzus-frekvenciája  $k \cdot f_c / 2^z$ , ahol  $k$  tetszőleges szám,  $f_c$  az óragenerátor frekvenciája,  $z$  a szorzó bitekben mért kapacitása. A kimeneti függvény realizálásához két dolog szükséges:

- az  $y = f(x)\omega t + \psi_i$ , ( $i=1, \dots, n$ ) kimeneti időfüggvény diszkrét fázisértékei, amelyet az órajellel lehet meghatározni,
- a  $\psi_i$  pontokhoz tartozó amplitúdó értéke.

Az amplitúdókód előállítását a soros bináris szorzó végzi, amelynek működése a következő:

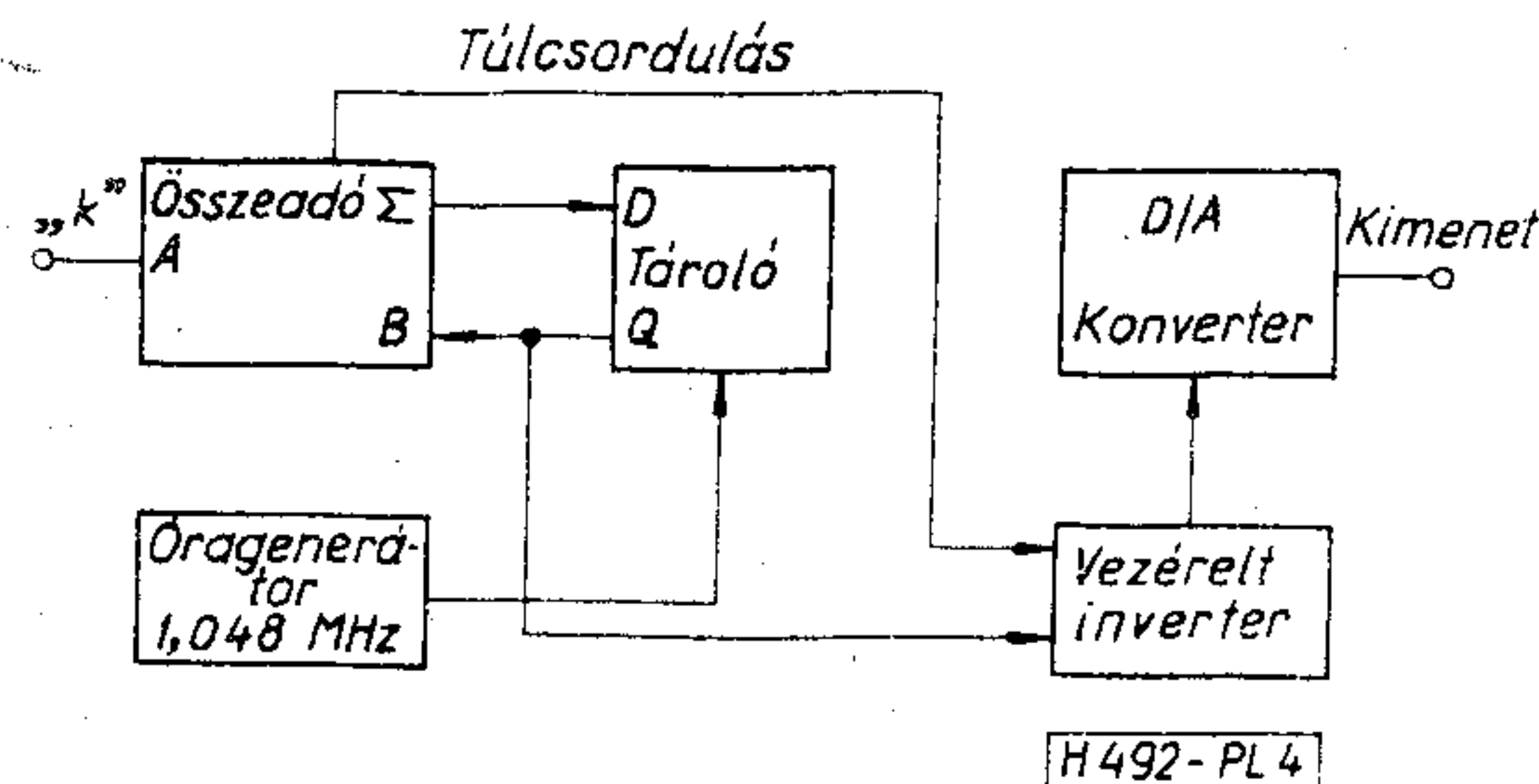
A soros bináris szorzó a szorzás műveletét összeadások sorozatává egyszerűsíti. Az összeadó egyik bemenetére egy  $k$  állandó szám kerül, másik bemenetére pedig egy tároló kimenete (a tároló mindig azt a számot tárolja, ami az összeadás művelete után létrejön). Így elérhető, hogy a tárolóban mindig az órajel és a  $k$  szám szorzata jelenik meg, ami nem más, mint az amplitúdóérték kódja. A fentiekből világosan látszik, hogy a kód változási sebességét a következő két tényező határozza meg:

- az órafrekvencia,
- a beírt  $k$  szám nagysága.

A kód változási sebessége egyértelműen meghatározza a kimeneti függvény frekvenciáját. Az előző megfontolásból az is látszik, hogy a kimeneti jel frekvenciáját célszerűen  $k$  nagyságával lehet változtatni. A kód változásának előjelváltását a szorzó túlcsondulásával lehet vezérelni.

A fentiek figyelembevételével a rendszer egyszerűsített tömbvázlata a 4. ábrán látható.

A  $k$  szorzófaktort binárisan kell a szorzóba beírni, ezért az órafrekvenciát célszerű úgy megválasztani, hogy az megfeleljen kettő valamelyik hatványának. 1 MHz körül ez  $2^{20}$  Hz-re adódik, ami kerekítve 1,048 MHz frekvenciának felel meg.



4. ábra. Fázis-amplitúdó konverter egyszerűsített tömbvázlata (háromszögfeszültséghez)

A szorzó által előállított amplitúdókód az órajel lineáris függvénye és időben periodikus. Tetszőleges hullámforma kódja pl. úgy valósítható meg, hogy a szorzó kimeneteivel egy ROM memóriát címzünk. A memória megfelelő rekeszeibe a kívánt függvény kódjait kell beégetni.

Az amplitúdókódkból D/A konverter állítja elő a kívánt hullámformájú feszültséget.

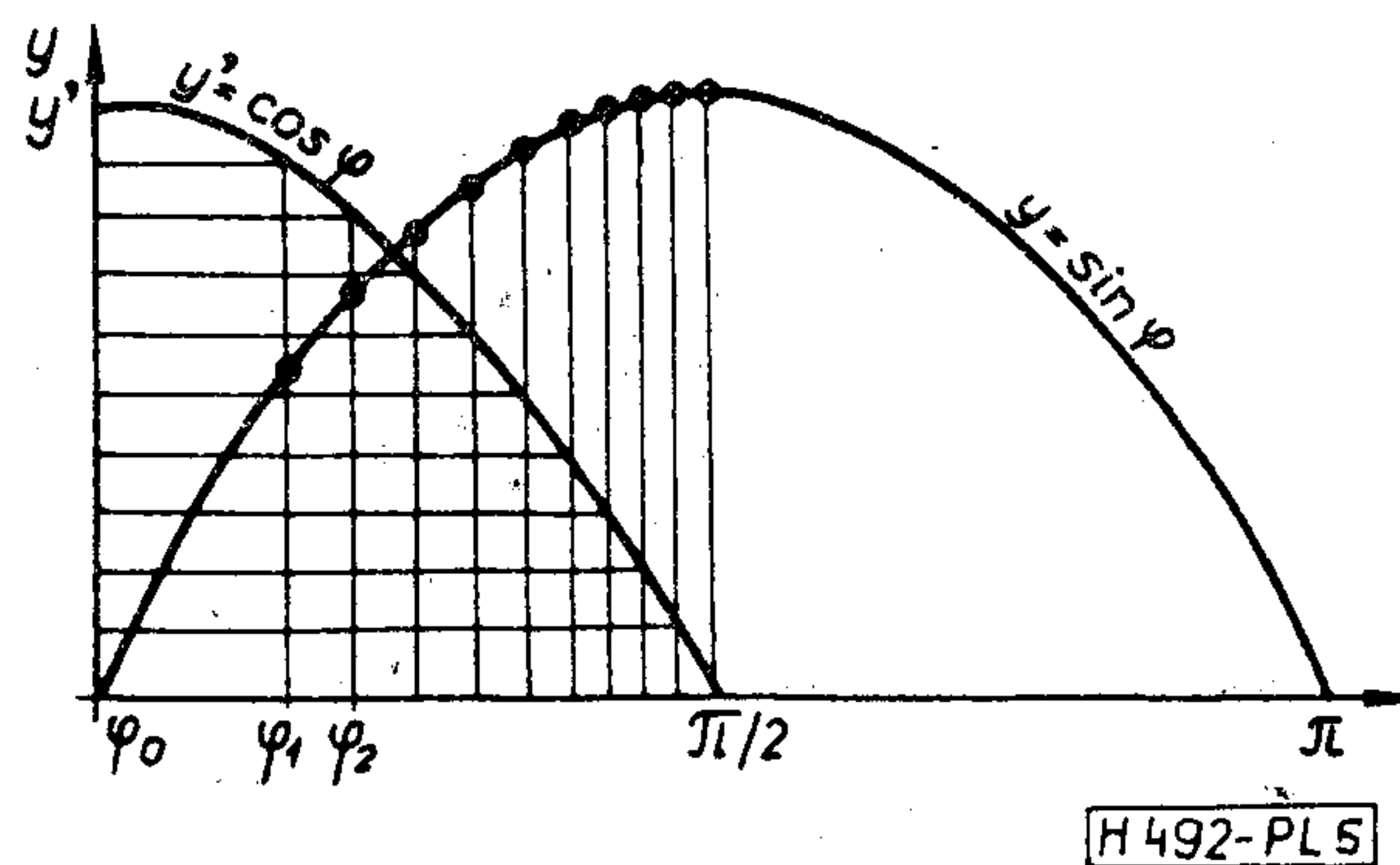
### Háromszög-szinusz konverter

A háromszög-szinusz konverter egyik megvalósítási módja ellenállás-dióda hálózattal lehetséges. A kialakításnál elegendő csak a pozitív félperiódus növekvő tartományát figyelembe venni. A negatív félperiódus konvertálása meg fog egyezni a pozitív félperiódusával, csak a feszültségértékek váltanak előjelet.

A törésponti feszültségeket célszerű úgy megválasztani, hogy az egymás mellett levő töréspontok a szinusz azonos értékű meredekség-változásaihoz tartozzanak.

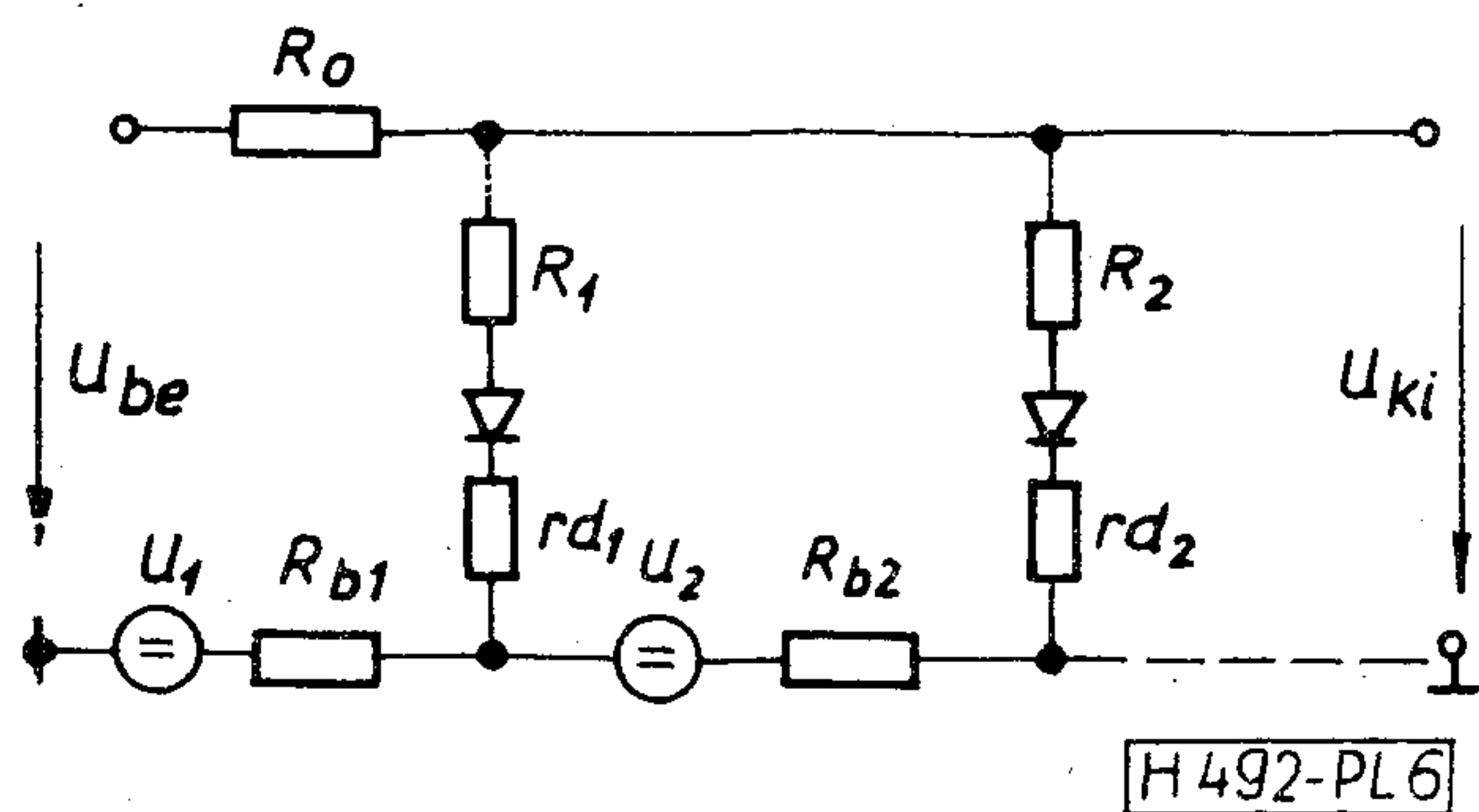
A kérdéses fázisszögek kiszámításához fel kell írni a kimeneti függvény első differenciálhányadosát.

$$y = E \cdot \sin \varphi,$$



5. ábra





6. ábra

ahol  $E$  a kimeneti függvény csúcsértéke,  $\varphi$  pedig a szinuszfüggvény fázisszöge,

$$y' = E \cdot \cos \varphi.$$

A fenti differenciálhányadost  $\varphi = 0$  és  $\varphi = \pi/2$  között kell értelmezni. Az egyes  $\varphi$  szögek elhelyezkedését szemléletesen mutatja az 5. ábra.

10-töréspontos közelítésnél,  $y'$  értékét 10 egyenlő részre osztva, az egyes pontok  $\varphi$  értékeit meg lehet határozni, majd ezekből a  $\varphi$  értékekből  $y = E \cdot \sin \varphi$  értékei számíthatók. Ezek megfelelnek a törésponti feszültségeknek, amelyeket a kimeneti szinuszfeszültség csúcsértékével megszorozva az ellenállás-dióda hálózat törésponti feszültségeit kapjuk.

Az adott töréspontok közötti szakaszban a feszültségátviteli tényező:

$$Au_n = \frac{\Delta U_n \sim}{\Delta U_n \sphericalangle} = \frac{R_n}{R_0 + R_n},$$

ahol  $Au_n$  az adott szakaszra jellemző átvitel.  $U_n \sim$  az adott szakaszban a szinusz megváltozása,  $U_n \sphericalangle$  az adott szakaszban a háromszögfeszültség megváltozása,  $R_0$  a feszültségosztó soros tagja és  $R_n$  a feszültségosztó alsó tagja.

$R_n$  értéke:

$$R_n = \frac{R_0}{\frac{\Delta U_n \sphericalangle}{\Delta U_n \sim} - 1},$$

ami magában foglalja a referencia feszültségosztó, valamint a diódák dinamikus ellenállását, továbbá a diódák által bekapcsolt ellenállások eredőjét.

Az előzőek alapján a hálózat a 7. ábrán látható módon alakítható ki.

### Spektrumanalízis

A fázis-amplitúdó konverter működéséből kiderül, hogy a digitális-analóg átalakító kimenetén kapott függvény nem folytonos háromszög, hanem a háromszöget feszültséglépcsőkkel közelítő függvény. Ha ezt a függvényt adjuk a háromszög-színusz konverter bemenetére, akkor annak kimenetén lépcsőkkel közelített szinuszfüggvényt kapunk feltéve, hogy a konvertálás ideális.

A függvény megadásához közelítsünk egy fél periódust pl. nyolc lépcsővel, vagyis osszuk fel a függvény 0 és  $\pi$  közötti szakaszát  $n=8$  egyenlő részre.

Az egyes lépcsők kezdetét jelöljük  $i$ -vel, akkor  $i$  0-tól  $n-1$ -ig vehet fel értékeket. Az egyes lépcsők magasságát vegyük fel úgy, hogy a vízszintes szakaszok ordinátája

$$\sin \frac{\pi}{n} \frac{2i+1}{2}, \quad i=0, 1, \dots, n-1.$$

A 8. ábra szerinti függvény Fourier-sora  $b_k$  együtthatóinak meghatározásához meg kell adni a lépcsőfüggvény matematikai alakját ( $b_k$  a Fourier-sor szinuszos összetevőinek együtthatója)

$$y = f(i) = \sin \frac{\pi(2i+1)}{2n},$$

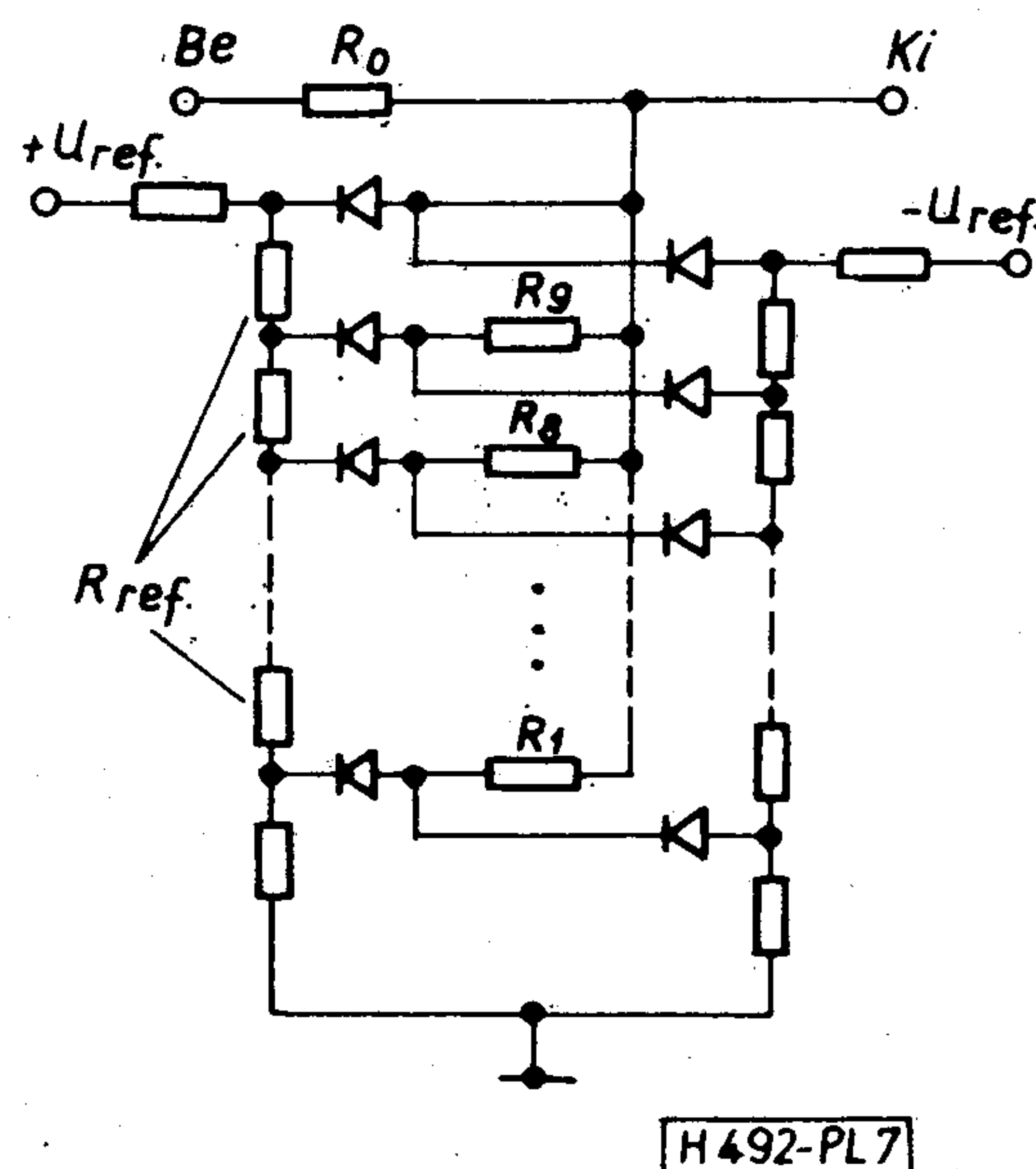
ahol a határok:

$$\frac{i\pi}{n} \leq \omega_0 t \leq \frac{(i+1)\pi}{n}, \quad i=0, 1, 2, \dots, n-1.$$

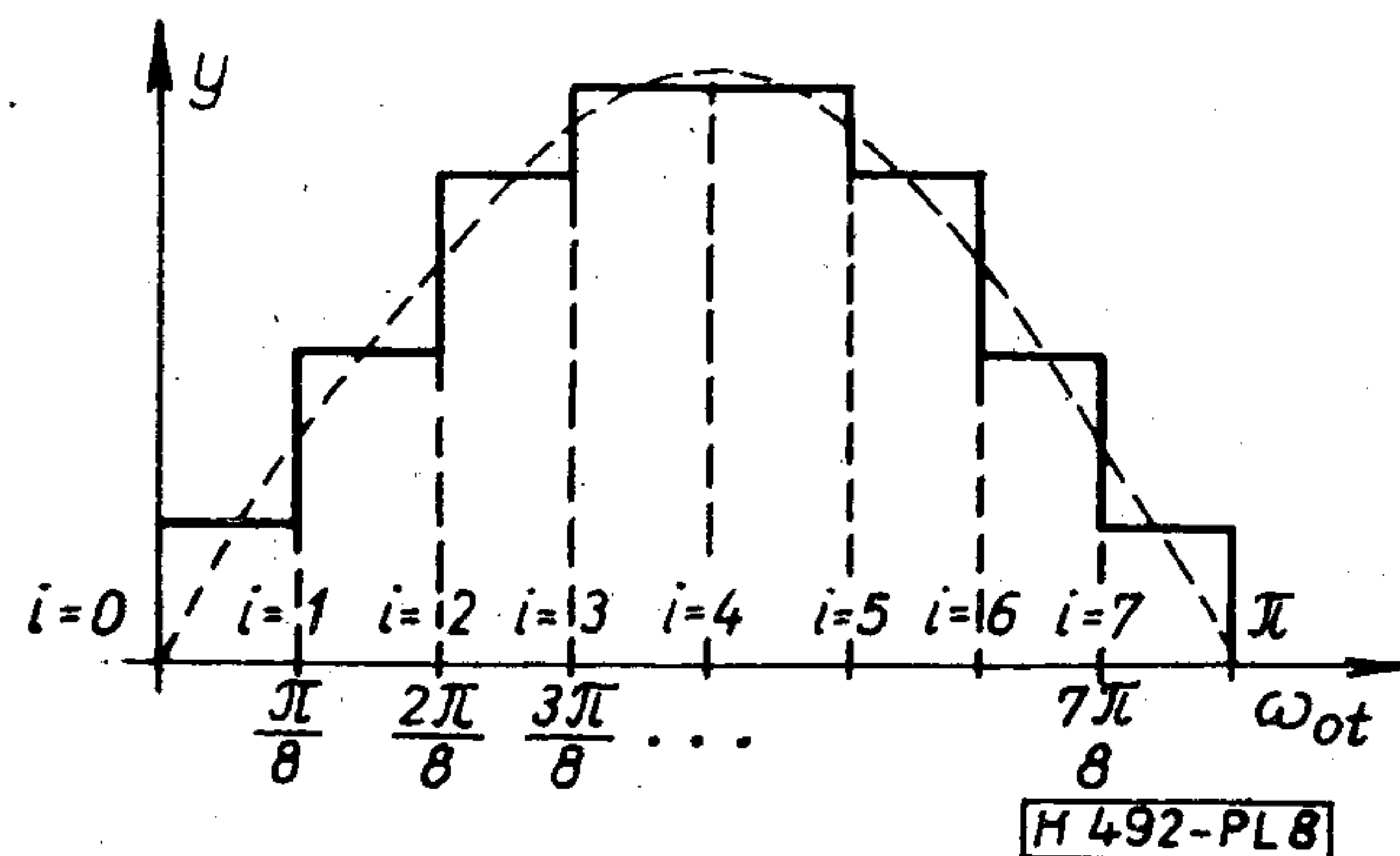
$b_k$  relatív értékei:

$$b_k = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} f(t) \sin k\omega_0 t \, dt,$$

ahol  $T_0$  az  $f(t)$  függvény alapharmonikusának periódusideje,  $\omega_0$  az alapharmonikus körfrekvenciája.



7. ábra. Háromszög-színusz konverter



8. ábra. Szinuszfüggvény közelítése  $n=8$  esetén



A lépcsőfüggvény integrálását lépcsőnként kell elvégezni,  $b_k$  értékeit az integrálok összegzésével kapjuk.  $b_k$  értékei egy lépcsőre vonatkoztatva:

$$b_k = \frac{2}{T_0} \sin \frac{\pi(2i+1)}{2n} \int_{\frac{i\pi}{n}}^{\frac{(i+1)\pi}{n}} \sin k\omega_0 t dt.$$

Elvégezve az integrálást és behelyettesítve a határokat:

$$b_k = \frac{2}{T_0} \sin \frac{\pi(2i+1)}{2n} \left[ \frac{\cos k\omega_0 \frac{i\pi}{n} - \cos k\omega_0 \frac{\pi(i+1)}{n}}{k\omega_0} \right].$$

Az előzőek alapján  $b_k$  teljes periódusra vonatkoztatott értékei:

$$b_k = \frac{2\omega_0}{\pi} \sum_{i=0}^{n-1} \sin \frac{\pi(2i+1)}{2n} \left[ \frac{\cos k\omega_0 \frac{i\pi}{n} - \cos k\omega_0 \frac{\pi(i+1)}{n}}{k\omega_0} \right].$$

A spektrum kiszámítása igen sok matematikai műveletet igényel, ezért azt számítógéppel végeztük el a következő értékeknél:

$$n=4, \quad k=1, \dots, 28,$$

$$n=8, \quad k=1, \dots, 56,$$

$$n=16, \quad k=1, \dots, 112,$$

$$n=32, \quad k=1, \dots, 224,$$

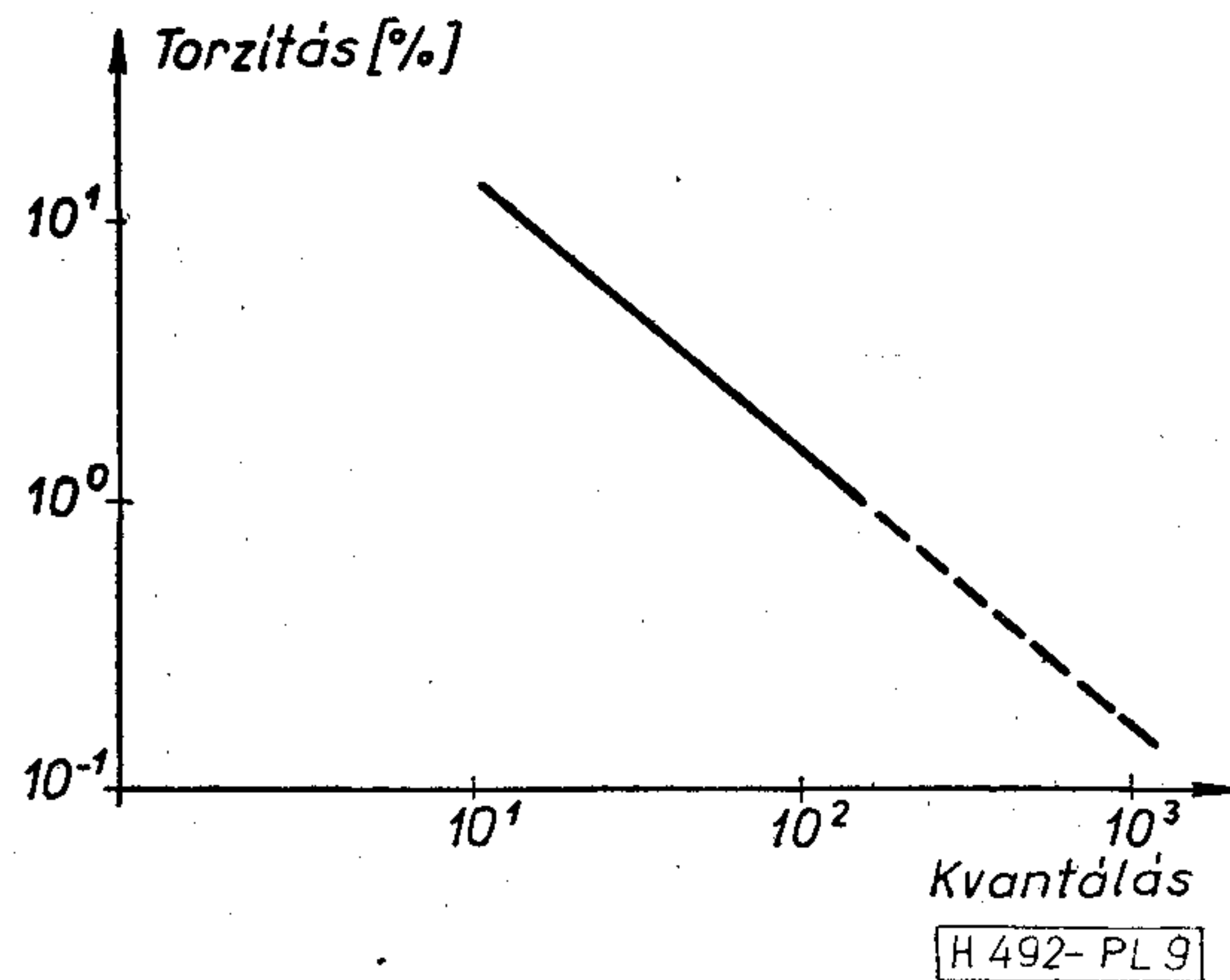
$$n=64, \quad k=1, \dots, 448,$$

ahol  $n$  a félperiódusra jutó lépcsők száma.

A  $b_k$  értékeiből megrajzolt spektrum burkológörbéje  $\left| \frac{\sin x}{x} \right|$  alakú, nulla helyei a kapcsolófrekvenciánál és annak egész számú többszöröseinél vannak.

A spektrumból számított torzítás a kvantálás függvényében a 9. ábrán látható.

A görbe  $\left| \frac{1}{x} \right|$  alakú és logaritnikus koordináta-rendszerben ábrázolva grafikusán extrapolálható. Az extrapolált szakaszból látszik, hogy az 1000 lépcsőből álló periódushoz tartozó torzítás 0,2% körül van. 10 bites digitális-analóg átalakítót alkalmazva, az elérhető maximális kvantálás  $2(2^{10}-1)$ . Ilyen pontos közelítésnél a kvantálási torzítás 0,1% alá csökkenthető.



9. ábra. Kvantálás-torzítás diagram

### Kimeneti szűrő

Az 1,048 MHz-es órafrekvenciából közvetlenül adódik, hogy 100 kHz-es kimeneti frekvencia esetén egy periódus 10 lépcsőből áll. Ehhez a kvantálási értékhez viszont meglehetősen nagy, kb. 15% torzítás tartozik. Ebben az esetben az első zavaró harmonikus 948 kHz-en jelentkezik. A kimeneti frekvenciát csökkentve, az első zavaró harmonikus frekvenciája 1,048 MHz-hez közeledik, ugyanakkor a torzítás  $\left| \frac{1}{x} \right|$  alakú függvény szerint csökken. Ez a megállapítás egészen addig igaz, amíg az órafrekvencia és a kimeneti frekvencia közötti távolság el nem éri a  $2(2^{10}-1)$ -szeres viszonyt. Ennél kisebb frekvenciákon a torzítás állandó marad és értéke kb. 0,1%.

E megállapítások alapján a torzítás állandó, kis értéken tartásához elegendő egy megfelelő meredekséggel vágó aluláteresztő szűrő, amelynek törésponti frekvenciáját a maximális kimeneti frekvenciára méretezzük.

60 dB/dekád meredekségű szűrővel 100 kHz-es kimeneti frekvencián a 15% kvantálási torzítás 0,1% alá szorítható.

### Színusz-négyszög konverter

A négyszögfeszültséget célszerű a nagy frekvenciapontosságú színuszfeszültségből előállítani valamely ismert négyszögesítő áramkörrel (pl. komparátor, limiter stb.).

### Köszönetnyilvánítás

Végezetül szeretnék köszönetet mondani Pócza Attila okl. villamosmérnöknek, aki a téma kidolgozásában sok segítséget nyújtott.



## S Z E M L E

(Folytatás a 89. oldalról)

Ma már lehetséges lenne a televíziós telefon, de színes kivitelen előfizetőnként kereken 35 000 DM-be kerülne, fekete-fehér változatban is még ennek a felét kellene az előfizetőknél fizetniük. Így a kutatásnak és fejlesztésnek továbbra is tevékenykednie kell anélkül, hogy az általános bevezetésre számítani lehetne. (*Radio Mentor Electronic*, 1976. 2. sz. [255])

\*

Az ITT esslingeni alkatrész-üzemében felállítottak egy javítógépsort olyan képcsövek javítására, amelyeknél csak az elektronagyút kell pótolni; A „cserecsöveket” „magna-color” márkával, 12 havi garanciával kínálják. (*Radio Mentor Electronic*, 1976. 3. sz. [254])

\*

Japánban ezen a nyáron a 32 hüvelyk (81,3 cm) átmérőjű színes tv-képcsöves vevők kerülnek forgalomba. Az előállító, A Sony illetékes szerint, az új óriás-képcsöves tv, amelyet egyébként kismagnó-csatlakozással is ellátnak, elsősorban nagyobb számú néző részére — előadások, bemutatók stb. — készült. A ballon kifejlesztését a Nippon Electric Glass Co. végezte. A fogyasztás 200 W, a képcső nyakátmérője 36,5 mm, az elektronagyú nyílása 19 mm, a képeltérítési szög 114°. A berendezés ára 5000 \$; évente 2000 db képcső eladásával számolnak. (*Electronics*, 1976. április 15. [253])

\*

Az amerikai Donald Hollister olyan „villanykörtét” (Liteklámpát) talált fel, amelynek élettartama sokszorosa a hagyományos izzólámpáknak, és fényhasznosítása is nagyobb. Az amerikai Energiakutatási Hivatal 800 000 DM-mel támogatja munkáját.

A Hollister-féle lámpa fluoreszcens fényt sugároz, a fénycsövekhez hasonlóan: a bura belső falára felvitt fénypor-bevonatot ibolyántúli sugárzás gerjeszti. Az ibolyántúli sugárzást nagyfrekvenciás elektromágneses erőterrel gerjesztett higanyatomok bocsátják ki. A nagyfrekvenciás feszültséget a lámpafejbe beépített félvezető alkatrészekből felépített egység állítja elő a hálózati feszültségből. Ez a valóban hideg fényű lámpa ezen túlmenően más áramköri előtetet nem igényel.

Hollister már 10 éve feltalálta ezt a fényforrást, azonban a darabonkénti várhatóan 25 DM-es ár miatt nem mutatkozott érdeklődés iránta, annak ellenére, hogy a lámpa mintegy 10 éves élettartamot ígér. Az 1973-as energiaválság óta azonban a helyzet megváltozott.

A feltaláló kimutatta, hogy az izzólámpánál lényegesen jobb fényhasznosítású lámpája magas ára ellenére gazdaságos. Utal arra, hogy a nagy New York-i szállodák halljaiban éjjelnappal üzemelő izzólámpák mindegyikére évi átlagban 92 \$-os villanyszámla esik. Ugyanolyan fényáramú Litek-lámpa használata esetén ez az összeg 36 \$-ra csökkenne. Ha az USA-ban használatban levő kereken 2 milliárd izzólámpát Litek-lámpával cserélnék ki, az elektromos energiatermelő ipar napi 80 millió liter tüzelőolajat takaríthatna meg. (*Stern*, 1976. 18. sz. [252])

\*

60 000 szakfogalommal az új elektrotechnikai-elektronikai szakszótár igen tekintélyes repertoárt ad a nagyfeszültségű és energetikai technikától kezdve a híradás- és szabályozástechnikán keresztül az elektronikáig. A modern területek — mint pl. a laser-technológia, optoelektronika, szupravezetés — fogalmait is tartalmazza az új szótár. Az összeállítók és munkatársaik valamennyien az NDK főiskoláinak (Drezda, Ilmenau, Karl-Marx-Stadt stb.) tudományos munkatársai. A könyv tudósoknak, technikusoknak, dokumentátoroknak, fordítóknak és tanulóknak segédeszközüül szolgál az angol nyelvű irodalomhoz. Az összeállítók ügyeltek arra, hogy az elektrotechnika és elektronika egész szakterületét felöleljék és a nagy szókincs gondos fordítását nyújtsák. Kiadó Prof. Dr. Peter-Klaus Budig., 722 oldal. Dr. Alfred Hüthing Verlag, Heidelberg, 1976. Ára: 108.— DM. (*Industrie Elektrik + Elektronik*, 1976. 6. sz. [251])

A Philips két autógyárral tárgyal újfajta elektronikus vezérlésű kocsiprototípusának elkészítéséről. Az autógyarak nevét a Philips nem közölte. A számítások szerint az elektronikus vezérlésű kocsinál mintegy 38% üzemanyag-megtakarítással lehet számolni. A terveket három évi kutatómunka előzte meg. Az elektronika hasonló lesz egy meglehetősen komplex zsebszámológéphez, amely lehetővé teszi a vezető számára a gép „programozását”. (*The Times*, 1976. június 11. [250])

\*

Az Alkalmazott Társadalomtudományi Intézet, Bonn-Bad Godesberghen reprezentatív felmérést végzett a nyugatnémet telefonállományra vonatkozóan. Eszerint a 23 millió háztartás 51%-ában nincs telefon. Ezek közül 2,5 millió háztartás tervez telefoncsatlakozási kérelmet benyújtani, 0,9 millió háztartás saját fővonalú készüléket. Ezek 38%-a magasnak tartja a havi alapidíjat, 35%-a a berendezésért fizetett díjat, 16%-a a beszélgetések díját. (*Elektrotechnische Zeitschrift B*, 1976. 8. sz. [249])

\*

Az MC 12 típusú mini-diktafon alkalmas levelek stb. diktálására, valamint hosszabb beszélgetések és megbeszélések regisztrálására. A készülék, amely minden kabátzsebben elfér, kazettánként három órán át tartó működési idejével felülmúlja a hagyományos kazettás diktafonok teljesítményét. Négy mignon-elemmel 10...15 órán át üzemel. (*Elektrotechnische Zeitschrift B*, 1976. 8. sz. [248])

\*

A Western Digital bemutatta MCP 1600 típusú 16 bit-es mikroprocesszorát, amely vezérlési feladatok elvégzésére és a mikroszámítógépek software-jének emulációjára is képes. A processzor N—MOS-technikával készült és CP 1611 B adatchip-ből, CP 1621 B kontrolchip-ből, CP 1631 B mikrochip-ből áll. A három chip-et a címek és mikro-instrukciók cseréjét lehetővé tevő 18 bit-es bus köti össze. A tárolóval, a be- és kimeneti elemekkel és más rendszerkomponensekkel való kommunikációra egy adathozzáférési bus szolgál. Az adatchip az aritmetika-logikát és 26 nyolc bit-es regisztert tartalmaz. A mikrochip egy 512 × 22 bit-es vezérlő ROM, amelyben a mikroprogramokat tárolják. A gyártónál a software-nek és a hardware-nek mikroprocesszorral való kidolgozásához szükséges dokumentáció rendelkezésre áll. (*Funktechnik*, 1976. 7. sz. [247])

\*

A Sanyo Semiconductors által vastagréteg technikával készített STK és STG sorozatú hibrid teljesítményerősítők különféle teljesítményekre kaphatók, egészen 100 W-ig, 0,2...5% közötti torzítás tényezővel. Az alapkapcsolás kvázikomplemter végfokozatú egyenáramú erősítóből és differenciál bemenetű erősítóből áll. Négy típust két erősítőegységes sztereoalkalmazásra ajánlanak. A hibrid építőelemeket kis frekvenciás teljesítményerősítők, valamint szabályozó- és vezérlőberendezések részére tervezték. (*Funktechnik*, 1976. 6. sz. [246])

\*

A Robnorganic System félautomata berendezést hozott forgalomba, amely porózus alkatrészek, pl. tantál-kondenzátorok, vastagréteg hibrid áramkörök stb. szakaszos merítéses bevonására szolgál. Óránkénti teljesítménye 32 000 darab, selejtszázaléka kisebb 1%-nál. A műanyag bevonás vákuumban történik, majd a kereteken levő tárgyakat szállító viszi át három kemencén és két merítőkád fölött, amelyekbe a keretek bemerülnek. A bevonat vastagságának szabályozása vibrációs megoldással történik. (*The Financial Times*, 1976. május 28. [245])



A Micronic AB stockholmi cégnél működő Gerhard Westerberg olyan, minikomputerrel vezérelt laser-sugaras rendszer prototípusát készítette el, amellyel LSI célokra szükséges maszkokat lehet előállítani, igen rövid idő alatt és igen olcsón.

A „Laserscan”-nak elnevezett berendezéssel 0,5  $\mu\text{m}$ -es vonalak lehet a maszkon előállítani. A legbonyolultabb maszk egy óra alatt elkészíthető, míg a szokásos fényképezési módszerrel ehhez 20 óra szükséges. Gyorsasága és a vezérlés egyszerűsége miatt Westerberg szerint a kisebb cégeknek is érdemes lesz beszerezni a készüléket és saját szükségletüket azzal ellátni. Kereskedelmi ára mintegy 100 000 \$ lesz. (*Electronics*, 1976. április 29. [244])

\*

Több NSZK gyártó cég fényvezetékes átviteli rendszereit fogják kipróbálni 1977-től 1979-ig a nyugat-berlini telefon-

hálózat keretén belül. Az első kísérleti rendszerek kapacitása 480 távbeszélő-csatorna. (*Radio Mentor Elektronik*, 1976. 4. sz. [243])

\*

Az U. S. Office of Export Administration jóváhagyta a Fairchild—Tungstam szerződést, amely szerint a Fairchild segíti partnerét bipoláris integrált áramkör-összeszerelő üzem felállításában. Jól értesült ipari körök szerint régen kialakult ipari minőségű logikai áramkörökről van szó. Magyarországi hírek szerint a darabszám évi mintegy 15 millió IC lesz. A Fairchild kielégítése részben a Tungstam által összeszerelt IC-kel történik. A Fairchild hasonló szerződést kötött a lengyelekkel is, amely azonban még jóváhagyásra vár. (*Electronics News*, 1976. június 14. [242])

## Tartalmi összefoglalások

## Обобщения

ETO 621.372.54.011.733

Nemesszeghy Gy.:

### FEN áramkörök

HÍRADÁSTECHNIKA XXVIII. (1977) 3. sz.

A dolgozatban FEN áramkörös aktív szűrő szintézisét ismertetjük. Az aktív szűrőt megépítettük és bemértük. A számított és mért értékek jól egyeztek.

ДК 621.372.54.011.733

Немешсеги, Д.:

### Схемы FEN

НІРАДАСТЕЧНІКА (ХІРАДАШТЕЧНІКА, Будапешт) XXVIII. (1977) № 3

В статье автор знакомит со синтезом активных фильтров на основе схемы FEN Активный фильтр был собран и настроен. Расчитанные и измеренные результаты хорошо совпали.

ETO 537.871.124

Dr. Ferencz Cs.:

### Elektromágneses hullámterjedés: a csoportsebesség analízise

HÍRADÁSTECHNIKA XXVIII. (1977) 3. sz.

A cikk az energia terjedése, a csoportsebesség részletes analizisét adja. Kritikailag megvizsgálja a szokásos csoportsebesség definícióit. Részletesen analizálja az átlagenergia értelmezhetőségét, annak feltételeit és következményeit. Ennek alapján, az „inhomogén alapmódusok módszerét” is felhasználva részletesen megvizsgálja a csoportsebességet szigorúan lineáris és lineárisnak tekinthető diszperzív közegekben, a csoportsebességet közvetlenül a Maxwell-egyenletekből vezetve le. Alkalmazási példákat mutat, vizsgálja az eredmények elvi következményeit a relativisztikus elektrodinamika egy fontos kérdésére és a különféle modulációs módok terjedésére.

ДК 537.871.124

Ференци, Ч.:

### Распространение электромагнитных волн: анализ групповой скорости

НІРАДАСТЕЧНІКА (ХІРАДАШТЕЧНІКА, Будапешт) XXVIII. (1977) № 3.

В статье дается подробный анализ групповой скорости распространения энергии. Критически исследуются привычные дефиниции групповой скорости. Подробно анализируется определимость средней энергии, ее условия и следствия. На основе анализа с учетом „методики неомогенных основных модов” подробно исследуется групповая скорость в строго линейных и в квазилинейных, дисперсных средах. При этом групповая скорость выводится непосредственно из уравнения Максвелла. Приводятся примеры применения, и исследуются теоретические следствия результатов на один из важнейших вопросов релятивистической электродинамики и на распространение разных модуляционных модов.

ETO 681.32.058

Papp L.:

### Digitális függvénygenerátor

HÍRADÁSTECHNIKA XXVIII. (1977) 3. sz.

A cikk rövid tájékoztatást ad a függvénygenerátorok különböző típusainak elvi megoldásairól, rendszertechnikai kérdéseiről. Részletesen foglalkozik a digitális áramkörökből felépített, kvarcvezérlésű függvénygenerátorokkal. Számításokat közöl a digitális függvénygenerátor kimeneti jelének spektrális tisztaságára vonatkozóan. Végül javaslatot tesz a digitális áramkörökből felépített függvénygenerátor egy lehetséges megvalósítására.

ДК 681.32.058

Пап, Л.:

### Цифровой генератор функций

НІРАДАСТЕЧНІКА (ХІРАДАШТЕЧНІКА, Будапешт) XXVIII. (1977) № 3.

В статье дается краткий обзор принципиальных решений различных типов генераторов функций и вопросов систематики. Подробно рассматриваются кварцевые генераторы функций, построенные на цифровых схемах. Приводятся расчеты для определения спектральной чистоты выходного сигнала цифровых генераторов функций. В заключение дается предложение для реализации, одного из возможных цифровых генераторов функций на цифровых схемах.



## Zusammenfassungen

DK 621.372.54.011.733

Nemesszeghy, Gy.:

## FEN-Stromkreise

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXVIII. (1977) Nr. 3.

In dem Aufsatz wird die Synthese eines aktiven Filters in FEN-Schaltung erörtert. Der aktive Filter wurde gebaut und geprüft. Die gemessenen und gerechneten Werte waren in guter Übereinstimmung mit einander.

DK 537.871.124

Dr. Ferencz, Cs.:

Elektromagnetische Wellenausbreitung:  
Analyse der Gruppengeschwindigkeit

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXVIII. (1977) Nr. 3.

In dem Aufsatz wird die Energieausbreitung und die eingehende Analyse der Gruppengeschwindigkeit gegeben. Die Gruppengeschwindigkeitsdefinition wird kritisch untersucht. Die Interpretierbarkeit der Durchschnittsenergie und deren Bedingungen und Konsequenzen werden eingehend analysiert. Auf diesem Grund die „Methode der inhomogenen Grundmodi“ anwendend, wird die Gruppengeschwindigkeit eingehend in streng linearen und linear betrachtbaren dispersiven Media, die Gruppengeschwindigkeit direkt von den Maxwell'schen Gleichungen ableitend, untersucht. Anwendungsbeispiele werden gezeigt. Die prinzipielle Konsequenzen der Ergebnisse bezüglich einer wichtigen Frage der relativistischen Elektrodynamik und der Ausbreitung der verschiedenen Modulationsmodi werden untersucht.

DK 681.32.058

Papp, L.:

## Digitaler Funktionsgenerator

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXVIII. (1977) Nr. 3.

In dem Aufsatz wird eine kurze Information über die prinzipielle Lösungen der verschiedenen Typen von Funktionsgeneratoren und über deren systemtechnischen Fragen, gegeben. Es wird eingehend mit den Funktionsgeneratoren von Quarzsteuerung, welche aus digitalen Schaltkreisen aufgebaut sind, beschäftigt. Es werden Berechnungen bezüglich der Spektralreinheit der Ausgangssignale des digitalen Funktionsgenerators dargestellt. Zuletzt wird ein Vorschlag zu einer möglichen Ausführung des Funktionsgenerators mit digitalen Schaltkreisen, gemacht.

CDU 621.372.54.011.733

Nemesszeghy, G.:

## Les circuits FEN

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXVIII. (1977) No. 3.

L'article expose la synthèse des filtres actifs à circuits FEN. Les filtres actifs étaient réalisés et essayés. Les valeurs calculées et mesurées étaient en bonne concordance.

CDU 537.871.124

Dr. Ferencz, Cs.:

Propagation des ondes électromagnétiques:  
l'analyse de la vitesse de groupe

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXVIII. (1977) No. 3.

L'article donne une analyse détaillée de la propagation de l'énergie, de la vitesse de groupe. La définition habituelle de la vitesse de groupe est critiquement examinée. L'interprétation de l'énergie moyenne,

## Summaries

UDC 621.372.54.011.733

Nemesszeghy, Gy.:

## FEN Circuits

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXVIII. (1977) No. 3.

In the paper the synthesis of an active filter having a FEN circuit is presented. The active filter was built and calibrated. The computed and measured values were in good accordance with each other.

UDC 537.871.124

Dr. Ferencz, Cs.:

Electromagnetic Wave Propagation: Analysis  
of the Group Velocity

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXVIII. (1977) No. 3.

In the paper the propagation of the energy and the analysis of the group velocity is given in detail. The definition of the usual group velocity is critically examined. The interpretability of the average energy and its conditions and consequences are analysed in detail. On this basis, using the „method of the inhomogeneous basic modes“ the velocity of the group strictly linear or considered to be linear dispersive media — deriving the group velocity directly from the Maxwell equations — is examined in detail. Examples of application are shown, theoretical consequences of the results regarding one important question of the relativistic electro-dynamics and the propagation of different modulation modes are presented.

UDC 681.32.058

Papp, L.:

## Digital Function Generator

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXVIII. (1977) No. 3.

In the paper a brief information is given on the theoretical solution of different types of function generators and systems engineering questions. The quartz controlled function generators constructed of digital circuits are dealt with in detail. Computations concerning the spectral purity of the input signal of the digital function generator are given. Finally a proposal is made for a possible solution of a function generator constructed of digital circuits.

## Résumés

ses conditions et conséquences sont analysées en détail. Basé sur ces analyses, utilisant aussi la méthode des «modes hétérogènes fondamentaux», la vitesse de groupe est amplement examinée dans milieux linéaires et milieux dispersifs présumés comme linéaires. La vitesse de groupe est déduite directement des équations de Maxwell. Quelques exemples d'application sont présentés; les conséquences théoriques des résultats sur une question importante de l'électrodynamique relativistique et sur la propagation des modes de modulation différents sont examinées.

CDU 681.32.058

Papp L.:

## Générateur des fonctions numériques

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XXVIII. (1977) No. 3.

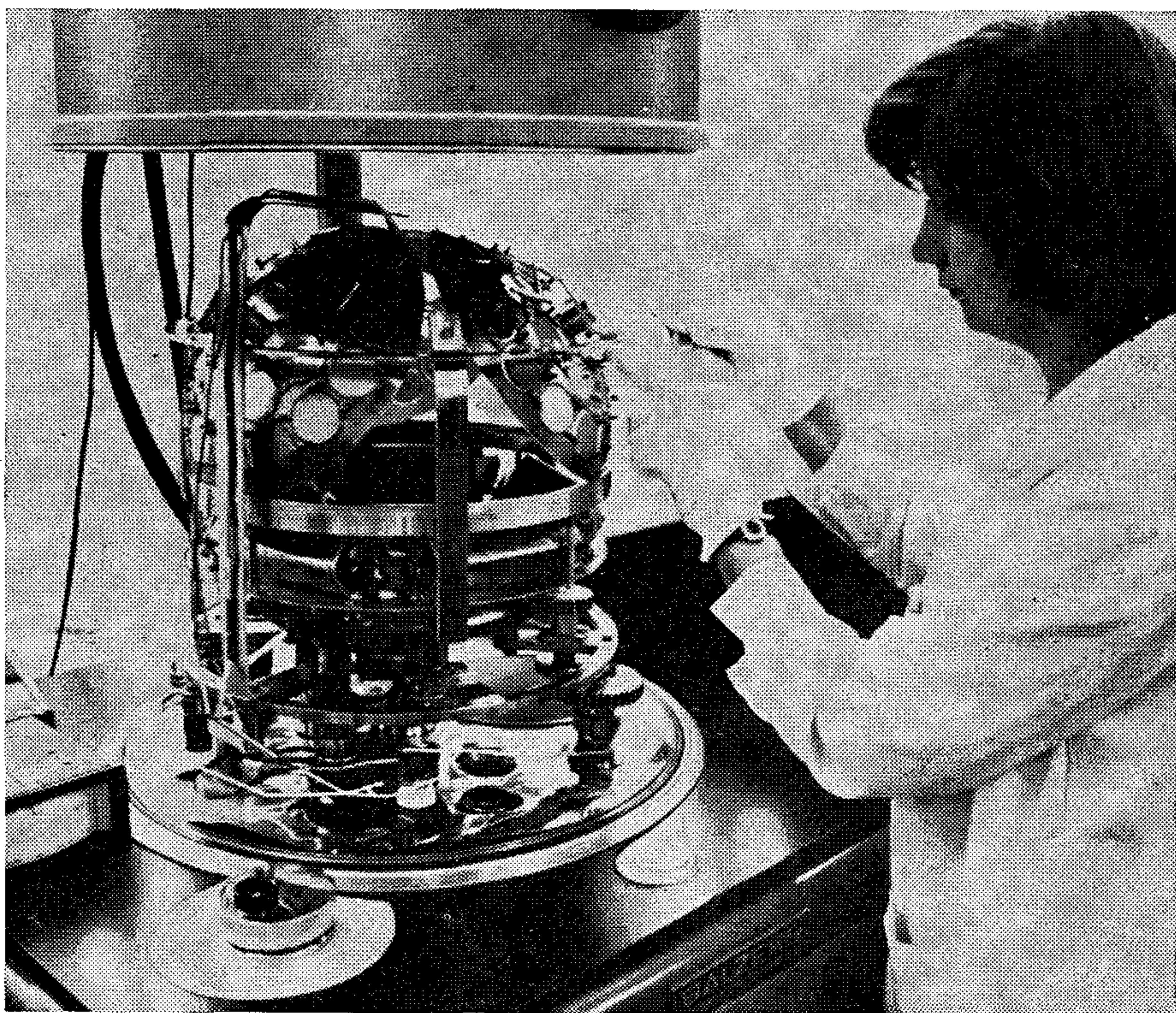
L'article expose une information brève, en principe, des solutions différentes des générateurs des fonctions et des questions de systématologie de celles-ci. Les générateurs des fonctions pilotés au quartz comprenant des circuits numériques sont traités en détail. Des calculs concernant la pureté spectrale du signal de sortie des générateurs des fonctions sont aussi donnés. Enfin une proposition est faite à une exécution possible d'un générateur de fonctions construit des circuits numériques.







**TERVEZŐ  
KAPACITÁST  
TAKARÍT MEG**



# **INTEGRÁLT ÁRAMKÖRREL**

A műszeripari és híradástechnikai berendezések igényesebb részeinél gyakran van szükség azonos tulajdonságú ellenállásokra. Ilyen esetekben és közös ponthoz csatlakozó több ellenállás beépítésénél nagyon előnyös a vékonyréteg- vagy a vastagréteg-ellenálláshálózatok alkalmazása.

A szigetelőalapú integrált áramkörök tervezése és kísérleti gyártása az esetek túlnyomó többségében a felhasználó igénye szerint történik.

Az Intézet áramkör-technológus szakembereivel konzultálva optimálisan tervezett nagy bonyolultságú, gyors átfutási idővel előállítható és kis darabszám esetén is viszonylag olcsó áramkörhöz jut a berendezésépítő.

A tervezéssel kapcsolatos együttműködést megalapozza az erre a célra kibocsátott űrlap: a felhasználó igénye szerinti áramkör adatlapja.



**Mikroelektronikai alkatrészek megrendelésével forduljon a  
HÍRADÁSTECHNIKAI IPARI KUTATÓ INTÉZET  
Műszaki Kereskedelmi Osztályához  
1393 Budapest, Pf: 348.**