HÍRADÁS-TECHNIKA

A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

1

HÍRADÁSTECHN. TUDOMÁNYOS EGYESÜLET

XX. ÉVFOLYAM, 1. SZÁM, 1–32 OLDAL, BUDAPEST, 1969. JANUÁR HÓ

1969. január, XX. évfolyam, 1. szám

HÍRADÁSTECHNIKA

A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

TARTALOM

INDEX: 25.375

HÍRADÁSTECHNIKA

Kiadja a Lapkiadó Vállalat Budapest, VII., Lenin körút 9–11. Telefon 221-285. Felelős kiadó: SALA SÁNDOR igazgató. Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető a Posta Központi Hirlapirodánál (Budapest, V., József Nádor tér 1. Telefon: 180-850) vagy bármely postahivatalnál. Előfizetési díj: félévre 36 Ft, egész évre 72 Ft, Egyes szám ára: 6 Ft. Megjelenik havonta. Csekkszámlaszám: egyéni 61,254, közületi 61,066 vagy átutalás MNB 8. sz. folyószámlájára. A folyóirat külföldre előfizethető: „KULTURA" P. O. B. 149 Budapest, 62.

69.1655 Egyetemi Nyomda, Budapest. Felelős vezető: JANKA GYULA igazgató

HÍRADÁSTECHNIKA

A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

Tartalomjegyzék

XX. évfolyam (1969)

69.3682 Egyetemi Nyomda, Budapest. Felelős vezető: Janka Gyula igazgató

HÍRADÁSTECHNIKA
A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

HERENDI MIKLÓS
Finommechanikai Vállalat

Polinomszűrők tervezése lineáris programozással

ETO: 621.372.54.001.2:681.3.06

A direkt szűrőtervezési eljárásokkal könnyen lehet olyan szűrőket tervezni, amelyeknek áteresztő- és zárórésze egyszerű követelményeket elégít ki. Az eredmények általában katalógusokban is hozzáférhetők. Az így tervezett szűrők azonban sokszor nem elég gazdaságosak, ha a csillapításkövetelmények nem egyszerűen maximummal vagy minimummal adhatók meg. Máskor topológiai vagy a kapcsolási elemek értéktartományát megszorító követelményeket is ki kell elégíteni. Ilyen esetekben a tervezést célszerű iterációs optimalizálási módszerekkel, számítógépen végezni [1].

Optimalizálási célra igen jól felhasználható matematikai eljárás a lineáris programozás szimplex módszere [2, 3]. Szűrőtervezési feladatokban azonban csak akkor lehet alkalmazni, ha az eredetileg nem lineáris problémát linearizáljuk [1, 4, 5, 6], és így lineáris feladatok sorozatára vezetjük vissza.

Az alábbiakban olyan eljárást ismertetünk, amely a kapcsolási elemek valamilyen kezdeti értékéből kiindulva áteresztőrészében nem egyenletes csebisevi közelítésű reaktáns, lánckapcsolású polinomszűrő iterációs optimalizálását végzi. Az egyes iterációk folyamán az elemértékek javításához szükséges adatokat lineáris programozási feladat megoldása adja.

Az eljárás kihasználja a polinomszűrők egyes különleges tulajdonságait is. Ezért az 1. és 2. pontban ezeket is összefoglaljuk, mielőtt magával az optimalizálási módszerrel foglalkoznánk.

1. A karakterisztikus függvény gyökei

Jelölje $\Phi(p)$ a karakterisztikus függvényt és $\Gamma(p)$ az átviteli tényezőt a p komplex frekvenciaváltozó függvényeként. Reaktáns szűrőnél

$$|\Gamma(j\omega)|^2 = 1 + |\Phi(j\omega)|^2$$

és a csillapítás

$$a(\omega) = \frac{1}{2} \ln \left[1 + |\Phi(j\omega)|^2\right].$$

A logaritmusfüggvény tulajdonságaiból következik, hogy az $a(\omega)$ és a $|\Phi(j\omega)|^2$ függvények között a kapcsolat szigorúan monoton, és $a(\omega)$ akkor és csak akkor zérus, ha $|\Phi(j\omega)|^2 = 0$. Ezért a csillapítás helyett $|\Phi(j\omega)|^2$ menetét vizsgálhatjuk.

Egy $n = r + n_1 + n_2$ fokszámú reaktáns polinomszűrő karakterisztikus függvényének legáltalánosabb alakja

$$\Phi(p) = kp^r \prod_{i=1}^{\frac{n_1}{2}} (p - p_i)(p - p_i^*) \cdot \prod_{j=1}^{\frac{n_2}{2}} (p + \alpha_j)(p - \alpha_j), \quad (1)$$

ahol k valós állandó, p_i az i-edik komplex zérushely, p_i^* ennek konjugáltja, α_j a j-edik valós zérushely és $r \geqq 0$ egész szám.

A

$$p_i = \alpha_i + j\beta_i \quad (2)$$

jelöléssel valamely komplex másod- fokú gyöktényező abszolút értékének négyzete

$$|F_i(j\omega)|^2 = (\omega^2 - \beta_i^2)^2 + \alpha_i^2(2\omega^2 + \alpha_i^2 + 2\beta_i^2), \quad (3)$$

az

$$F_j(p) = (p + \alpha_j)(p - \alpha_j) \quad (4)$$

alakú valós gyökpárt tartalmazó másodfokú gyöktényező abszolút értékének négyzete pedig

$$|F_j(j\omega)|^2 = (\omega^2 + \alpha_j^2)^2. \quad (5)$$

Megállapíthatjuk, hogy bármilyen nem nulla α_i, illetve α_j növeli (3), illetve (5) értékét. Ez a hatás főként kis frekvenciákon jelentős, mivel mindkét kifejezés ω negyedik hatványával tart a végtelenhez. Minthogy szorzat abszolút értéke a tényezők abszolút értékének szorzata, $|\Phi(j\omega)|^2$ minimalizálásának szükséges feltétele, hogy a karakterisztikus függvény minden zérusa a p sík képzetes tengelyén helyezkedjék el. Ekkor (1) mindkét produktuma páros függvény, és r párosságától függően a polinomszűrő csak szimmetrikus vagy antimetrikus lehet.

Ha az $a(\omega)$ csillapításfüggvénynek a $0 \leqq \omega \leqq 1$ tartományban való minimalizálása a cél, akkor a

$$\frac{\Phi(j\omega)}{j^n k} = \omega^r \prod_{i=1}^{\frac{n-r}{2}} (\omega^2 - \beta_i^2) \quad (6)$$

valós függvénynek az azonosan zérus függvényt kell csebisevi értelemben megközelítenie. Az approximá-

Beérkezett: 1968. június hó 3-án.

cióelméletből tudjuk, hogy n-ed fokú polinommal való közelítésnél a legjobb közelítés elégséges feltétele az, hogy a hibafüggvény váltakozó előjellel $(n+1)$-szer vegye fel maximális értékét. A (6) egyenletre vonatkoztatva ez azt jelenti, hogy a β_i zérushelyek nem eshetnek egybe, tehát csebisevi értelemben optimális áteresztőrészű polinomszűrő csak antimetrikus $(r=0)$ vagy szimmetrikus $(r=1)$ lehet.

2. Szimmetrikus és antimetrikus polinomszűrők felépítése

A következőkben a szimmetrikus és antimetrikus lánckapcsolású polinomszűrők szimmetrikusan elhelyezkedő kapcsolási elemei közötti összefüggéseket és az érzékenységeket vizsgáljuk.

2.1. Szimmetrikus polinomszűrő

Az

$$\mathbf{L}=\begin{bmatrix} P & R \\ G & P \end{bmatrix}$$

láncmátrixával jellemzett reaktáns polinomszűrőből indulunk ki. Az egységnyi ellenállásokkal lezárt hálózat karakterisztikus függvénye

$$\Phi=\frac{1}{2}(R-G). \tag{7}$$

A hálózatot mindkét oldalon L soros önindukcióval bővítve az eredő láncmátrix

$$\mathbf{L}'=\begin{bmatrix} 1 & Lp \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P & R \\ G & P \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & Lp \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=$$
$$=\begin{bmatrix} P+GLp & (P+GLp)Lp+R+PLp \\ G & P+GLp \end{bmatrix}$$

lesz és az új karakterisztikus függvény

$$\Phi'=\Phi+PLp+\frac{1}{2}GL^2p^2. \tag{8}$$

P párossága, R és G páratlansága miatt mind (7), mind (8) páratlan függvény, tehát a bővítés a szimmetriát nem rontotta el, a fokszám azonban kettővel növekedett. Ugyanerre a következtetésre juthatunk, ha szimmetrikus négypólust mindkét oldalon sönt kapacitással bővítünk. Mivel a kiindulásul használt hálózatra tett kikötésünket egy egyenes átkötés is kielégíti megállapítjuk, hogy a szimmetrikus reaktáns polinomszűrő lánckapcsolású hálózattal megvalósítható, topológiailag szimmetrikus, és a szimmetrikusan elhelyezkedő kapcsolási elemek értékei egyenlők. Az utóbbiakat egységesen w-vel jelölve az n-ed fokú szűrőre

$$w_{n+1-k}=w_k, \quad k=1,2,\ldots,\left[\frac{n}{2}\right]. \tag{9}$$

2.2. Antimetrikus polinomszűrő

Induljunk ki egy N antimetrikus reaktáns hálózatból. Láncmátrixa legyen [8]

$$\mathbf{L}=\begin{bmatrix} P & \varrho^2 G \\ G & S \end{bmatrix},$$

amelyből a primer oldalon 1, a szekunder oldalon ϱ^2 ellenállással lezárt négypólus karakterisztikus függvénye

$$\Phi=\frac{1}{2\varrho}(P\varrho^2-S), \tag{10}$$

ami P és S párossága miatt páros függvény.

Bővítsük az N négypólust az 1. ábra szerint. A bővített négypólus láncmátrixa

$$\mathbf{L}'=\begin{bmatrix} 1 & Lp \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P & \varrho^2 G \\ G & S \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Cp & 1 \end{bmatrix}=$$
$$=\begin{bmatrix} P+GLp+(\varrho^2G+SLp)Cp & \varrho^2G+SLp \\ G+SCp & S \end{bmatrix},$$

és az eredeti lezárásokkal a karakterisztikus függvény

$$\Phi'=\frac{1}{2\varrho}[P\varrho^2-S+\varrho^2G(L+C)p+SLCp^2+S(L-\varrho^2C)p].$$

Ez csak akkor lehet továbbra is tiszta páros függvény, ha

$$L=\varrho^2C. \tag{11}$$

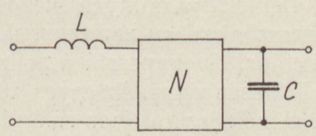
Ezzel

$$\Phi'=\Phi+\frac{\varrho}{2}[(\varrho^2+1)GCp+SC^2p^2]. \tag{12}$$

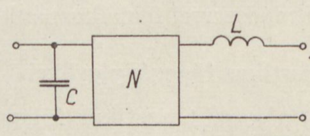
Az N hálózatot a 2. ábra szerint bővítve Φ' párosságának ismét (11) a feltétele és

$$\Phi'=\Phi-\frac{\varrho}{2}[(\varrho^2+1)GCp+PC^2p^2]. \tag{13}$$

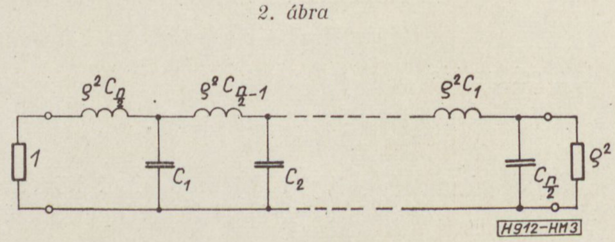
Az antimetrikus, reaktáns, lánckapcsolású polinomszűrő tehát a 3. ábra szerint valósítható meg. $C_{\frac{n}{2}}=0$ esetén sönt kapacitással kezdődő $(n-2)$-ed fokú szűrőt kapunk.



1. ábra



2. ábra



3. ábra

Az egységesen w-vel jelölt kapcsolási elemértékek között az alábbi összefüggések állnak fenn:

$$w_{n+1-k}=\varrho^{2(-1)^k}w_k, \qquad k=1, 2, \ldots, \frac{n}{2}, \tag{14}$$

soros kezdésnél és

$$w_{n+1-k}=\varrho^{2(-1)^{k-1}}w_k, \qquad k=1, 2, \ldots, \frac{n}{2}, \tag{15}$$

sönt kezdésnél.

2.3. *Az érzékenység szimmetriája*

Bizonyítás nélkül is könnyen belátható, hogy szimmetrikus, lánckapcsolású polinomszűrő átviteli tényezőjének a szimmetrikusan elhelyezkedő kapcsolási elemekre vonatkozó érzékenységei egyenlők. Rövid számítás azt mutatja, hogy ez az antimetrikus esetre is igaz.

Vizsgáljuk a 2. ábra szerinti szűrő átviteli tényezőjének relatív érzékenységeit [7]. A négypólust 1 és ϱ^2 ellenállásokkal lezárva az átviteli tényező:

$$\Gamma'=\Gamma+\frac{1}{2\varrho}[(S+\varrho^2G)(L+\varrho^2C)p+SLC\varrho^2p^2], \tag{16}$$

ahol Γ az ugyanilyen módon lezárt N négypólus átviteli tényezője. Az L szerinti relatív érzékenység

$$S_L=\frac{\partial \ln \Gamma'}{\partial \ln L}=\frac{L}{2\varrho\Gamma'}[(S+\varrho^2G)p+SC\varrho^2p^2], \tag{17}$$

a C szerinti relatív érzékenység pedig

$$S_C=\frac{\partial \ln \Gamma'}{\partial \ln C}=\frac{\varrho^2C}{2\varrho\Gamma'}[(S+\varrho^2G)p+SLp^2]. \tag{18}$$

A (11) egyenlőség alapján azonban

$$S_L=S_C. \tag{19}$$

Hasonló eredményre juthatunk, ha a primer oldalon soros önindukcióval és a szekunder oldalon sönt kondenzátorral bővített négypólus érzékenységét vizsgáljuk.

Kimondhatjuk tehát, hogy szimmetrikus vagy antimetrikus reaktáns polinomszűrő átviteli függvényének a k-adik és az $(n+1-k)$-adik kapcsolási elemre vonatkozó relatív érzékenysége egyenlő.

2.4. *Az érzékenységek viselkedése nagy frekvencián*

Egyszerűen belátható, hogy a vizsgált polinomszűrők átviteli tényezője legmagasabb fokú tagjának együtthatója az összes kapcsolási elem szorzata, tehát

$$\lim_{p\to\infty}\Gamma(p)=p^n\prod_{j=1}^{n}w_j, \tag{20}$$

ahol w_j a kapcsolási elemeket jelenti. Ezzel a csillapítás határértéke

$$\lim_{\omega\to\infty}a(\omega)=n\ln\omega+\sum_{j=1}^{n}\ln w_j,$$

és így

$$\lim_{\omega\to\infty}\frac{\partial a(\omega)}{\partial \ln w_j}=1, \tag{21}$$

azaz a csillapításnak a j-edik kapcsolási elemre vonatkozó félig relatív érzékenysége pozitív és 1-hez tart, ha a frekvencia minden határon túl növekszik. Konkrét szűrőkön végzett számítások azt mutatták, hogy T1 típusú szűrőknél már $\omega=1$-nél is fennáll a pozitivitás, TH típusú szűrőknél azonban csak jóval nagyobb frekvencián (pl. 7-edfokúnál $\omega=20$ esetén).

3. Az optimalizálási feladat megfogalmazása

A polinomszűrők minden csillapításpólusa végtelen frekvencián helyezkedik el. Az n-edfokú, tehát n kapcsolási elemet tartalmazó polinomszűrők csillapításgörbéjének aszimptotikus meredeksége $n\cdot 20$ dB/dekád, és a görbe az áteresztőrész határfrekvenciájától kezdve monoton emelkedik. Ezért a zárórész jellemzéséhez egyetlen összetartozó csillapítás—frekvencia számpár elégséges.

Optimális szűrő tervezésére törekedve az áteresztőrészben a csillapításnak a zérust kell megközelítenie. A nem egyenletes közelítés egy pozitív $s(\omega)$ súlyfüggvény megadásával írható elő.

Normáljuk az áteresztőrész frekvenciatartományát a $0\leqq\omega\leqq 1$ szakaszra. Jelöljük a kapcsolási elemek relatív értékeiből képezett vektort $\boldsymbol{w}=(w_1, w_2, \ldots, w_n)^T$-vel, a feladat megoldásának megfelelő optimális elemértékvektort $\boldsymbol{w}^*$-gal és a csillapítást mint a frekvencia és a kapcsolási elemek vektorának függvényét az $a(\omega, \boldsymbol{w})$ függvénnyel. Ekkor az optimalizálás feladatát a következő két alakban adhatjuk meg.

I. Keresendő előírt n fokszám esetén a $\underline{w}^*$ optimális elemértékvektor úgy, hogy a zárótartományra vonatkozó

$$a(\omega_z, \boldsymbol{w}^*)=a_{z0}, \qquad (1<\omega_z<\infty)$$

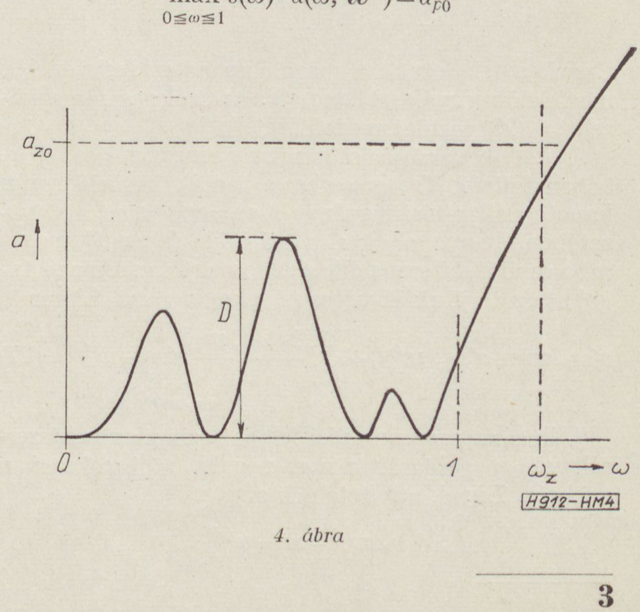
feltétel teljesüljön, és az

$$a_p=\max_{0\leqq\omega\leqq 1} \quad s(\omega)\cdot a(\omega, \boldsymbol{w}^*)$$

csillapítás minimális legyen.

II. Keresendő előírt n fokszám esetén a $\underline{w}^*$ optimális elemértékvektor úgy, hogy az áteresztő tartományra vonatkozó

$$\max_{0\leqq\omega\leqq 1} s(\omega)\cdot a(\omega, \boldsymbol{w}^*)=a_{p0}$$



4. *ábra*

feltétel teljesüljön, és az

$$a_z = a(\omega_z, \boldsymbol{w}^*)$$

csillapítás maximális legyen.

A következőkben az I. feladat megoldásával foglalkozunk, a II. feladat megoldására a 7. pontban térünk vissza.

Induljunk ki egy $\boldsymbol{w}$ elemértékvektorú szűrőből, amelynek csillapításkarakterisztikája a 4. ábra szerinti és definiáljuk a

$$D = \max_{0 \leqq \omega \leqq 1} s(\omega) \cdot a(\omega, \boldsymbol{w}) \tag{22}$$

mennyiséget. Ekkor az I. feladatra vonatkozó követelményként a következő egyenlőtlenségrendszer írható fel:

$$\left.\begin{array}{ll} s(\omega) \cdot a(\omega, \boldsymbol{w}) - D \leqq 0, & (0 \leqq \omega \leqq 1) \\ a(\omega_z, \boldsymbol{w}) & = a_{z0} \\ \boldsymbol{w} \geqq 0 & \\ D = \min! & \end{array}\right\} \tag{23}$$

A (23) egyenlőtlenségrendszer egy nem lineáris programozási feladat, amelyet lineáris programozási feladattá alakítunk át, és az eredeti feladat megoldását linearizált feladatok iterációs megoldásával közelítjük meg [4, 5, 6, 1].

4. A feladat linearizálása

Számítógéppel végzendő számításokhoz a folytonos frekvenciatartomány kevéssé alkalmas, ezért helyettesítsük a (23) feladatban szereplő [0, 1] folytonos frekvenciatartományt az

$$\Omega = \{\omega_i;\ \omega_i \in [0, 1];\ i = 1, 2, \ldots, m\} \tag{24}$$

frekvenciasorozattal. Ezen a sorozaton a minimalizálandó mennyiséget a

$$d = \max_{\omega_i \in \Omega} s(\omega_i) \cdot a(\omega_i, \boldsymbol{w}) \tag{25}$$

kifejezés adja. Ekkor (23) helyett a következőt írhatjuk:

$$\left.\begin{array}{ll} s(\omega_i) \cdot a(\omega_i, \boldsymbol{w}) - d \leqq 0, & \omega_i \in \Omega \\ a(\omega_z, \boldsymbol{w}) & = a_{z0} \\ \boldsymbol{w} \geqq 0 & \\ d = \min! & \end{array}\right\} \tag{26}$$

Ennek a feladatnak a megoldása az ω_i frekvenciák megfelelő megválasztása esetén tetszőlegesen megközelíti a (23) feladat megoldását.

A (26) egyenlőtlenségrendszer linearizálása érdekében fejtsük Taylor-sorba az r-edik iteráció során kapott csillapításfüggvényt a $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{w}^{(r)}$ pont környezetében, hanyagoljuk el a második és annál magasabb rendű differenciálhányadosokat tartalmazó tagokat és térjünk át véges növekményekre. Ekkor

$$a(\omega_i, \boldsymbol{w}) \cong a(\omega_i, \boldsymbol{w}^{(r)}) + \sum_{j=1}^{n} \left.\frac{\partial a(\omega_i, \boldsymbol{w})}{\partial w_j}\right|_{\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}(r)} (w_j - w_j^{(r)}). \tag{27}$$

A lineáris programozási feladat szimplex módszerrel való megoldásához nem negatív változókra van szükség. Ennek a feltételnek a

$$\Delta w_j^{(r)} = w_j - w_j^{(r)}$$

változók nyilván nem tesznek eleget. Ezért a

$$\xi_j^{(r)} = 1 + \frac{\Delta w_j^{(r)}}{w_j^{(r)}}$$

változókat vezetjük be [4]. Az

$$S_{ij}^{(r)} = \left.\frac{\partial a(\omega_i, \boldsymbol{w})}{\partial \ln w_j}\right|_{\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}(r)}, \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \ldots, m \\ j = 1, 2, \ldots, n \end{array} \tag{28}$$

és

$$b_i^{(r)} = a(\omega_i, \boldsymbol{w}^{(r)}) - \sum_{j=1}^{n} S_{ij}^{(r)}, \quad i = 1, 2, \ldots, m \tag{29}$$

jelöléseket bevezetve

$$a(\omega_i, \boldsymbol{w}) \cong b_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{n} S_{ij}^{(r)} \xi_j^{(r)}. \tag{30}$$

A továbbiakban a jelölés egyszerűsítése érdekében hagyjuk el az r iterációs változót. Helyettesítsük (30)-at a (26) feladatba. Az $a(\omega_i, \boldsymbol{w})$ függvény linearizálása ekkor megköveteli, hogy (25) helyett a

$$\xi_{n+1} = \max_{\omega_i \in \Omega} s(\omega_i)[b_i + \sum_{j=1}^{n} S_{ij}\xi_j] \tag{31}$$

mennyiséget vezessük be. Ha még (26) átírásánál a második sort egyenlőtlenséggel helyettesítjük (ami a csillapítás alsó korlátjának rögzítésével egyértelmű), akkor a tervezés minden iterációs lépésekor megoldandó lineáris programozási feladatot kapjuk:

$$\left.\begin{array}{lll} -\sum_{j=1}^{n} S_{ij}\xi_j + \frac{1}{s(\omega_i)}\xi_{n+1} \geqq b_i & & i = 1, 2, \ldots, m \\ \sum_{j=1}^{n} S_{zj}\xi_j & \geqq a_{z0} - b_z & \\ \xi_j \geqq 0, & & j = 1, 2, \ldots, n+1 \\ \xi_{n+1} = \min! & & \end{array}\right\} \tag{32}$$

A következő pont ennek a lineáris programozási feladatnak a megoldásával foglalkozik.

5. A megoldás módszere

A (32) feladaton további átalakítást kell végezni ahhoz, hogy a lineáris programozási feladatok legjobban elterjedt és bevált módszerével, a szimplex módszerrel meg lehessen oldani. Biztosítani kell a ugyanis a jobb oldalak nem negativitását.

Ishizaki és Watanabe [4] egy hasonló feladatban az egyenlőtlenségrendszert segédváltozók bevezetésével egyenletrendszerré alakítják át és egyenletek egymásból való kivonásával valósítják meg a jobb oldalak nem negativitását és fejezik ki ξ_{n+1}-et a $\xi_1, \ldots, \xi_n$ változókkal. Lényegében Géher és Halász [5] is hasonlóan járnak el. E módszerek hátránya a nagy memóriaigény (a szokásos szimplex programok alkalmazása esetén) és az átrendezés szükségessége.

5.1. A duál feladatra való áttérés

A (32) lineáris programozási feladat duáljára való áttérés több előnyt is biztosít: lényegesen csökken a memóriaigény, nincs szükség az egyenlőtlenségrendszer átalakítására (ezek miatt a megoldás ideje csökken) és a jobb oldalak nem-negativitása automatikusan teljesül.

A duál feladat a következő [3]:

$$\left.\begin{aligned} &-\sum_{i=1}^{m} S_{ij}u_i+S_{zj}z\leqq 0, \quad j=1,2,\ldots,n\\ &\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{s(\omega_i)}u_i \qquad \leqq 1\\ &u_i\geqq 0,\ z\geqq 0\\ &\sum_{i=1}^{m} b_iu_i+(a_{z0}-b_z)z=\max! \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

u_i és z a duál változók.

5.2. A megoldás létezése

Egy adott lineáris programozási feladat megoldása akkor létezik, ha a feladathoz rendelhető mindkét, egymáshoz duál feladatnak van lehetséges megoldása [3]. Esetünkben (32) a primál, (33) a duál feladat.

Először a primál feladat lehetséges megoldásának létezését igazoljuk. (32) második sora $\xi_j (j=1, 2,\ldots, n)$ megfelelő megválasztásával teljesíthető. Ha ugyanis b_z kifejezését (29) alapján behelyettesítjük, akkor a

$$\sum_{j=1}^{n} S_{zj}(\xi_j-1)\geqq a_{z0}-a_z$$

egyenlőtlenséget kapjuk, ami az S_{zj} érzékenységek 2.4. pontban bizonyított pozitivitása miatt teljesül, ha a ξ_j-k valamilyen $\xi_{\min}$ értéknél nagyobbak. A (32) első sorának megfelelő egyenlőtlenségrendszer ezután ξ_{n+1} megfelelően nagyra választásával mindig teljesíthető. Következésképpen van a $\xi_1, \ldots, \xi_{n+1}$ változóknak olyan készlete, amely kielégíti (32)-t, tehát a primál feladat lehetséges megoldása létezik.

Könnyen ellenőrizhető, hogy a (33) duál feladatnak $u_i=0$ $(i=1, 2, \ldots, m)$, $z=0$ lehetséges megoldása, tehát a kitűzött lineáris programozási feladatnak van optimális megoldása is. A primál és duál feladat célfüggvényeinek optimális értéke megegyezik [2, 3].

A megoldás korlátosságának bizonyításához azt kell igazolni, hogy a (33) feladathoz tartozó

$$\left.\begin{aligned} &-\sum_{i=1}^{m} S_{ij}u_i+S_{zj}z\leqq 0, \quad j=1, 2, \ldots, n\\ &\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{s(\omega_i)}u_i\leqq 0\\ &u_i\geqq 0,\ z\geqq 0 \end{aligned}\right\} \quad (34)$$

adjungált homogén rendszernek nincs a triviálison kívül más megoldása [3]. Valóban, (34) második sora $s(\omega_i)>0$ és $u_i\geqq 0$ miatt csak $u_i=0$ esetén teljesülhet, az első sornak megfelelő egyenlőtlenségrendszer pedig S_{zj}-nek a 2.4. pontban igazolt pozitivitása miatt bármilyen j-re csak $z=0$ esetén teljesül. Minthogy az adjungált homogén rendszernek csak triviális megoldása van, a (33) feladat megoldása korlátos. Ezzel az iterációként felállított lineáris programozás feladat korlátos optimális megoldásának létezése igazolást nyert.

5.3. A megoldások sokasága

A megoldás létezik, de nem egyedüli. Így a megoldások egy végtelen sokaságot képeznek [3]. Ez annak a következménye, hogy a szimmetrikusan elhelyezkedő kapcsolási elemekre vonatkozó érzékenységek azonosak, ha a szűrő szimmetrikus vagy antimetrikus (l. 2.3. pont), emiatt (33) k-adik és $(n+1-k)$-adik sora azonos, tehát degeneráció lép fel. A számítógépprogram olyan eredményt szolgáltat, amelyben ξ_k és ξ_{n+1-k} közül az egyik mindig zérus. Ez azonban csak a program adott felépítésének a következménye. A ξ_i' megoldások sokaságát azok az értékpárok adják, amelyek a

$$\xi_k'+\xi_{n+1-k}'=\xi_k+\xi_{n+1-k}, \qquad k=1, 2, \ldots, \left[\frac{n}{2}\right] \quad (35)$$

egyenletrendszert kielégítik. (9), (14) és (15) szerint a szimmetria vagy antimetria fenntartása megköveteli, hogy a k-adik és az $(n+1-k)$-adik kapcsolási elem aránya az iteráció folyamán állandó maradjon. (35)-ből ezért azokat a ξ_k^*, ξ_{n+1-k}^* párokat kell kiválasztanunk, és optimális megoldásként a kapcsolási elemek módosítására felhasználnunk, amelyek a

$$\xi_k^*=\xi_{n+1-k}^*=\frac{1}{2}(\xi_k+\xi_{n+1-k}), \qquad k=1, 2, \ldots, \left[\frac{n}{2}\right] \quad (36)$$

feltételt kielégítik.

6. A számítógépprogram felépítése

Az elkészített számítógépprogram az áteresztőrész frekvenciáit adatszalagról olvassa be vagy az adatszalagról vezérelve maga a program állítja őket elő. Aluláteresztő polinomszűrők számítására legalkalmasabbnak egy cos-függvénnyel leírható, a határfrekvencia felé sűrűsödő frekvenciasorozat bizonyult. A zárórész frekvenciáját és az a_{z0} előírt csillapítást mindig adatszalagról kell beolvasni.

Kiindulásul olyan szűrőt kell megadni, amelynek reflexiós zérusai a p sík képzetes tengelyén vannak (pl. P vagy T1 típusú szűrő).

A csillapítások és érzékenységek számítása olyan programmal történik, amely a kontinuánsokra van alapozva [9]. Ez a program szubrutinként hívható.

A lineáris programozási feladat megoldására az O2 jelű Elliott könyvtári program módosított változata szolgál. A program a (33) duál feladatot oldja meg, ennek duál változói a primál feladat primál változói, és mellékeredményként adódnak. Ezeken végre kell hajtani a (36) szerinti módosítást. Az r-edik iteráció során így kapott értékeket jelöljük $\xi_j^{*(r)}$-rel. A kapcsolási elemek módosítása a

$$w_j^{(r+1)}=[1+\alpha^*(\xi_j^{*(r)}-1)]w_j^{(r)} \quad (37)$$

képlet szerint történik, ahol α^* pozitív szám $(0< <\alpha^*\leqq 1)$, amely a vezérlőpultról írható elő vagy értékét a program állapítja meg. Az utóbbi esetben a program az

$$M=\min_{\alpha}\max_{\omega_i\in\Omega} s(\omega_i)\cdot a(\omega_i, \underline{w}_M) \quad (38)$$

mennyiség közelítő értékét határozza meg, ahol a

$\underline{w}_M$ vektor komponensei:

$$w_{Mj} = [1 + \alpha(\xi_j^{*(r)} - 1)]w_j^{(r)}. \tag{39}$$

Szavakban ez azt jelenti, hogy a program megkeresi a (25) szerinti d közelítő minimumát α függvényében, és a kapcsolási elemek módosítását az $\alpha = \alpha^*$ értékkel hajtja végre, ami d minimalizálása szempontjából a legkedvezőbb. Így biztosítható, hogy d az iteráció folyamán nem növekszik [4].

Az új elemértékek meghatározása után a program kiválasztja az

$$\alpha^* |\xi_j^{*(r)} - 1|, \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

számok legnagyobbikát és összehasonlítja egy a vezérlőpultról beolvasott K konvergenciahatárral. Ha K a kisebb, azaz a legnagyobb mértékben módosított kapcsolási elem relatív megváltozása az előírt K-nál nagyobb, akkor a következő iterációra kerül sor. Ellenkező esetben a gép várakozó helyzetbe kerül, ami néhány másodperc után Stop-pal végződik, kivéve, ha a vezérlőpult beállítását (pl. a konvergenciahatárt) megváltoztatjuk. Ekkor az iteráció folytatódik.

7. Tervezés előírt áteresztőcsillapítás esetén

Az eddigiekben a 3. pont I. feladatának megoldásával foglalkoztunk, amelynek eredményeképpen az ω_z frekvencián az előírt a_{z0} csillapítás áll elő, az áteresztőrészben pedig a csillapítás kiadódik. A II. feladatnál a helyzet fordított: azt kívánjuk, hogy az áteresztőrészben a csillapítás maximális értéke előírt legyen, a zárórész ω_z frekvenciáján pedig a csillapítás kiadódik. Világos, hogy a két esetre vonatkozó karakterisztikus függvények zérusai egybeesnek és maguk a függvények csak egy állandó tényezőben különböznek.

Ha az I. feladatot valamilyen ω_z frekvencián előírt a_{z0} csillapításra megoldottuk, akkor ω_z frekvencián a_{z0} helyett

$$a(\omega_z) = \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{e^{2a_{p0}} - 1}{e^{2d} - 1}\,(e^{2a_{z0}} - 1)\right] \tag{40}$$

csillapítást előírva és a számítást ismételten elvégezve a II. feladat megoldását kapjuk. (40)-ben d az I. feladat megoldása során adódik (l. (25)), a_{p0} pedig a II. feladatban az áteresztőrészre megengedett csillapításmaximum.

8. Eredmények

A leírt eljárás programja Elliott 803B számítógépre az Elliott Autocode Mk. III. programozási nyelven készült. A program mindössze kb. 1200 rekeszt foglal el, a változók, állandók és címkék számára kb. 3100 rekesz van fenntartva.

Az elvégzett számítások minden esetben jól konvergáltak. A kiindulásul használt szűrők karakterisztikus függvényének zérushelyei a p sík képzetes tengelyén voltak. A tapasztalatok szerint a 6. pontban említett minimumkeresést csak akkor érdemes elvégezni, ha a kiindulási értékek nagyon erősen eltérnek a végértékektől. Amikor az elemértékek már megközelítették a végértékeket (pl. amikor a $K = 0{,}05$ konvergenciahatár már teljesült), α^* a vezérlőpulton 1-et megközelítő értékre vagy akár 1-re állítható be. A program úgy készült, hogy K 0,01%-os lépésekben állítható. A $K = 0{,}0001$ érték minden megkísérelt esetben nehézség nélkül elérhető volt. Néhány elvégzett számítás eredményét az alábbiakban adjuk meg.

1. Egy 10 cN ingadozású, harmadfokú T1 típusú szűrő számításánál a kiinduló kapcsolási elemek legnagyobb eltérése 4,1% volt. A $K = 0{,}0001$ konvergenciahatár teljesülése után a kapcsolási elemek 6 jegyre kerekített értékei megegyeztek a 6 jegyre kerekített pontos értékekkel. A csillapításértékek az áteresztőrészben 4 jegyre, a zárórészben 5 jegyre egyeztek a pontosakkal. A számítás 68 s időt vett igénybe.

2. Ugyanezt a szűrőt P típusú szűrőből indulva, $K = 0{,}0004$ teljesülésig számítva, a szükséges idő 330 s volt. A számítás végén a kapcsolási elemeknek a pontos értékektől való eltérése max. 0,012% volt.

3. Egy szimmetrikus lezárású negyedfokú antimetrikus szűrő kezdeti értékei a pontos értékektől 35%-ra tértek el. 410 s után $K = 0{,}0008$ teljesült és a legnagyobb eltérés 0,084%-ra csökkent. Az áteresztőrész csillapítása 0,15 cN-re, a zárórész csillapítása 0,03 cN-re közelítette meg a pontos értéket.

4. Egy polinom-illesztőszűrő [10, 11] számítása 12 frekvencián történt. Kiinduláskor a legnagyobb eltérés 2,8%, $K = 0{,}0008$ teljesülésekor 0,104% volt. A szimmetrikusan elhelyezkedő kapcsolási elemek aránya az iteráció kezdetén a lezáró ellenállások arányára volt beállítva. A számítás 240 s-ig tartott.

5. Az 1. táblázatban nem egyenletes csebisevi áteresztőrészű ötödfokú szűrő számításainak rész-

1. táblázat

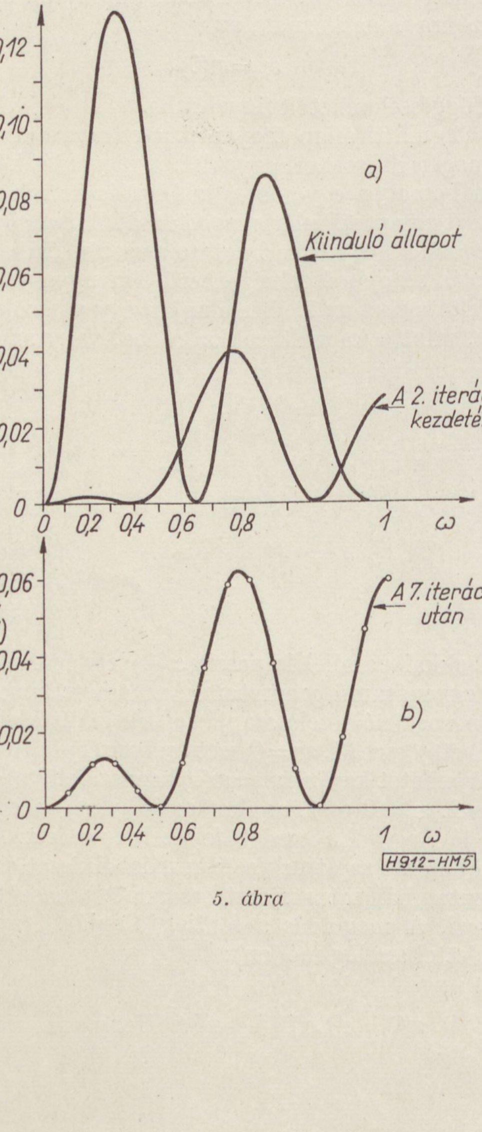
Iteráció sorszáma	$C_{1,5}$ $L_{2,4}$ C_3	$\xi^*_{1,5}$ $\xi^*_{2,4}$ ξ^*_3	ξ^*_6	d (N)	$a(\omega_z)$ (N)	K
0	2,0 1,0 3,0	0,0000 1,722 0,8308	0,0000	0,6370	2,6006	0,1024
1	1,141 21 1,310 09 2,782 06	0,9808 1,568 0,0000	0,0000	0,2735	2,2546	
2	1,132 86 1,594 48 1,719 70	1,273 0,8749 1,220	0,0444	0,0725	2,0924	0,0512
3	1,265 83 1,508 84 1,882 52	1,112 0,9822 1,063	0,0545	0,0450	2,2530	
4	1,326 54 1,497 31 1,933 82	1,067 0,9890 1,034	0,0577	0,0480	2,3577	
5	1,411 47 1,481 46 1,996 19	1,006 0,9988 1,001	0,0595	0,0600	2,4917	
6	1,418 99 1,479 82 1,997 97	1,000 0,9999 1,000	0,0595	0,0595	2,4997	0,0016
7	1,419 30 1,479 75 1,998 06	1,000 1,000 1,000	0,0595	0,0595	2,5000	0,0001

eredményeit közöljük. A kiinduláskor felvett elemértékek egy T1 típusú szűrő közelítő elemértékei [13]. A számítás az áteresztőrész 15 frekvenciáján történt, az $\omega_1, \ldots, \omega_6$ frekvencián a súly 5,0, a többi frekvencián 1,0 volt. A zárórészben az $\omega_z = 1{,}4142$ frekvencián 2,5 N csillapítás volt előírva. A 7. iteráció végén a $K = 0{,}0001$ konvergenciahatár teljesült. A számítás 13′42″ időt vett igénybe. Az 5. ábrán láthatók az áteresztőrész csillapításgörbéi a számítás kezdetén, a 2. iteráció kezdetén és a 7. iteráció után. Világosan látható, hogy nem a (22) szerinti D, hanem a (25) szerinti d minimalizálása történt meg. Az 5b ábrán a nullkörök azokat a frekvenciákat jelzik, amelyeken a számítás történt.

Az eredményeket tanulmányozva megállapítható, hogy a számítás végértékei jól megközelítik a pontos értékeket. A számítási idők még a lassú gépek közé számítható Elliott 803B számítógépen is kicsik, ami nem kis mértékben az érzékenységek igen gyors számítási módszerének [9] tudható be. Az érzékenységszámítások pontossága következtében pedig nem lép fel numerikus instabilitás.

A leírt eljárás több-kevesebb módosítással más szűrőtípusok iterációs tervezésére is felhasználható. Folynak már egy veszteséges polinomszűrőket tervező program próbái, és remény van arra, hogy a közeljövőben sikerül elkészíteni egy általános lánckapcsolású szűrőket tervező eljárás programját, amelyben a kapcsolási elemek megengedett értéktartományára és arányaira vonatkozó megkötések is szerepelhetnek.

Az itt ismertetett programon is lehet olyan módosítást végezni, amely gyorsabbá és pontosabbá teszi. Az approximációelmélet egy tétele szerint ugyanis, ha létezik az $f(x)$ függvénynek a $[0, 1]$ intervallumban a $\sum_{i=1}^{n} a_i g_i(x)$ függvénnyel való legjobb közelítése, akkor létezik az x változónak olyan $\{x_i;\ x_i \in [0,1];\ i = 1, 2, \ldots, n+1\}$ készlete, amelyen ugyanazt a legjobb megközelítést kapjuk [12]. A feltétel a polinomszűrőre teljesül, ezért elég a számítást $n+1$ áteresztőrészbeli frekvencián elvégezni. Sőt, ha figyelembe vesszük, hogy a független kapcsolási elemek és a csillapításmaximumok száma $\left[\frac{n}{2}\right]+1$, akkor a számítást $\left[\frac{n}{2}\right]+1$ frekvenciára korlátozhatjuk. Mindenesetre ezeket a frekvenciákat minden iterációnál újra kell számítani mint a csillapításgörbe szélsőértékeinek frekvenciáit. Ez a többletidő azonban valószínűleg kevesebb, mint a kevesebb frekvencia alkalmazásából adódó időnyereség.



5. ábra

IRODALOM

1. *Temes, G. C.—Calahan, D. A.:* Computer-Aided Network Optimization. The State-of-the-Art. Proc. IEEE, *55*, 1967 nov., pp. 1832—1863.
2. *Dantzig, G. B.:* Linear Programming and Extensions. Princeton Univ. Press, Princeton, 1963.
3. *Krekó B.:* Lineáris programozás. Közgazd. és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1966.
4. *Ishizaki, Y.—Watanabe, H.:* An Iterative Method for Network Design as a Nonlinear Programming Problem. Nippon Electric Co., Ltd., Monograph DEB-485.
5. *Géher K.—Halász E.:* Hálózattervezés lineáris programozással. Híradástechnika, XVIII., 1967. július, pp. 206—211.
6. *Géher K.—Kovács Zsoltné—Légár B.:* Áramkörök gépi tervezése az érzékenység és a lineáris programozás felhasználásával. TKI Kutatási jelentés, 1967. július.
7. *Géher K.:* Lineáris hálózatok toleranciájáról és érzékenységéről. Híradástechnika, XVI., 1965. okt. pp. 289—301.
8. *Herendi M.:* Lánckapcsolások gépi számítása. Kandidátusi értekezés, 1968.
9. *Herendi M.:* A kontinuánsok és alkalmazásuk lánckapcsolású hálózatok gépi számítására. Híradástechnika, XIX., 1968. jan., pp. 2—9.
10. *Szentirmai G.:* Band-Pass Matching Filter in the Form of Polynomial Low-Pass Filter. IEEE Trans. on Circuit Theory, CT-11., 1964. márc. pp. 177—178.
11. *Полякова, Л. Н.:* Синтез входных и выходных цепей широкополосных усилителей. Связиздат, Москва, 1966.
12. *Rice, J. R.:* The Approximation of Functions. Vol. 1. Addison—Wesley, Reading, 1964.
13. *Weinberg, L.:* Network Analysis and Synthesis. McGraw—Hill, New York, 1962.

TRÓN TIBOR
BME Vezetékes Híradástechnikai Tanszék

Általános hálózatanalízis az állapotváltozók segítségével

ETO: 621.372.2.001.24

Hálózatok analízisére több általános módszer is ismeretes [1], [2]. Mindegyik módszer közös jellegzetessége, hogy valmilyen segédváltozókra (hurokáramok, csomóponti potenciálok stb.) a hálózat elemeinek és topológiájának (struktúrájának) szétválasztásával egyenletrendszerek módszeres felírását teszik lehetővé. Az áramköri elemek a hálózat impedancia vagy admittancia mátrixával, a topológia pedig a hálózatgráf alapvető mátrixaival (incidencia-, hurok-, vágatmátrix) vehetők figyelembe, így a megoldandó egyenletrendszer a fenti mátrixokkal egyszerű módon felírható.

Időtartománybeli analízis esetén a fenti módszerek csak a Laplace-transzformáció segítségével alkalmazhatók. A dinamikus vizsgálathoz szükséges kezdeti feltételek mindegyik esetben nehézkesen kezelhetők. Ezért a fenti módszerek főként a frekvenciatartománybeli transzfer függvény analízisnél használatosak.

Amennyiben az analízisből ki akarjuk küszöbölni a Laplace-transzformációt, a Kirchhoff-törvények közvetlen alkalmazásával elkerülhetetlenül integro-differenciál vagy magasabbrendű differenciál egyenletrendszerre jutunk. A változók megfelelő választásával azonban elérhető, hogy a hálózat elsőrendű differenciál egyenletrendszerrel legyen leírható. Az így választott ismeretleneket nevezzük állapotváltozóknak. Ezek általában a hálózat reaktáns elemeivel kapcsolatos mennyiségek: a kapacitások feszültségei (töltései) és az induktivitások áramai (fluxusai), de lehetnek tetszőleges más, elsőrendű differenciál egyenletrendszerre vezető mennyiségek.

Az állapotváltozós hálózatanalízis [3, 4, 5, 6] a fentemlített általános analízismódszerek szisztematikus jellegét megtartva, azokhoz képest több előnnyel is rendelkezik. Főbb sajátságait a következőkben foglaljuk össze:

1. Biztosítja a megoldandó egyenletrendszer szisztematikus felírását.

2. A hálózat tartalmazhat minden olyan két- és négypólusú áramköri elemet, melyek valamilyen paraméter-mátrixszal megadhatók (tetszőleges vezérelt generátor, girátor, ideális transzformátor stb.)

3. A lineáris, időben állandó paraméterű hálózatokon túl a módszer egyszerűen általánosítható időben változó paraméterű és nemlineáris hálózatokra is.

4. A módszer alkalmas számítógéppel történő számításokra [7].

5. A kezdeti feltételek kényelmesen kezelhetők és egyszerűen adódnak a hálózat energiaviszonyai.

Beérkezett: 1968. május hó 4-én.

A dolgozatban összefoglaljuk az állapotváltozós hálózatanalízis módszerét és alkalmazását néhány példa segítségével illusztráljuk.

1. Az állapotegyenlet és megoldása

Mint a 2. részben megmutatjuk, ha egy lineáris hálózat analízisénél az állapotváltozókat választjuk ismeretleneknek, a hálózatra és a kimenetekre a következő mátrixegyenletek írhatók fel:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{w}(t) \tag{1}$$

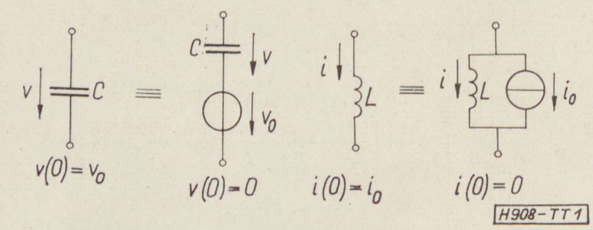
$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}\boldsymbol{w}(t) \tag{2}$$

ahol $\boldsymbol{x}$ az állapotváltozókból, $\boldsymbol{w}$ a gerjesztésekből, $\boldsymbol{y}$ a kimeneti mennyiségekből (választokból) képzett vektor, $\boldsymbol{A}$ az ún. állapotmátrix, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ és $\boldsymbol{D}$ a hálózat topológiája és elemei által meghatározott mátrixok. A kezdeti feltételek, mivel azok mindig az állapotváltozókra vonatkoznak, az

$$\boldsymbol{x}_0=\boldsymbol{x}(0) \tag{3}$$

összefüggéssel vehetők figyelembe.

Az (1) alatti állapotegyenlet $\boldsymbol{x}$-re nézve elsőrendű inhomogén differenciálegyenlet. A megoldás két részből, a homogén egyenlet általános és az inhomogén egyenlet egy partikuláris megoldásából tevődik össze. A megoldás két részre bontása pusztán fizikai meggondolás alapján is elvégezhető. Ha ugyanis a kezdeti feltételeket az 1. ábra alapján úgy vesszük figyelembe, mint a kapacitásokkal sorba, vagy az induk-



1. ábra

tivitásokkal parallel kapcsolt $x_i(0)$ egyenfeszültségű vagy egyenáramú generátorok, a komplett megoldás a szuperpozíció tétele alapján a következő két részből tehető össze: 1. $\boldsymbol{w}=\boldsymbol{0}$ eset amikor (1)-ből a homogén egyenletet kapjuk $\boldsymbol{x}_0=\boldsymbol{x}(o)$ kezdeti feltételek mellett és 2. $\boldsymbol{x}_0=\boldsymbol{0}$ eset, amikor az inhomogén egyenlet oldandó meg nulla kezdeti feltételek mellett. Az első eset a hálózat sajátrezgéseit, a második eset az energiamentes hálózat gerjesztésre adott válaszát eredményezi. A megoldás a fentiek alapján (a skalár egyenlettel analóg módon):

$$\boldsymbol{x}(t)=e^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{x}(0)+\int_0^t e^{\boldsymbol{A}(t-\tau)}\boldsymbol{B}\boldsymbol{w}(\tau)\,d\tau \tag{4}$$

Teljesen hasonlóan a kimenetre az

$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}e^{\mathbf{A}t}\boldsymbol{x}(0)+\int_0^t \boldsymbol{C}e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\boldsymbol{B}\boldsymbol{w}(\tau)\mathrm{d}\tau+\boldsymbol{D}\boldsymbol{w}(t) \qquad (5)$$

összefüggés adódik.

A numerikus megoldás során az állapotegyenlet (1) alakjához jól alkalmazhatók az analóg számítógépek [8]. Amennyiben az analóg gépek pontossága nem felel meg, digitális számítógépet használhatunk. Az $e^{\mathbf{A}t}$ mátrix meghatározása vagy Taylor-sorba fejtéssel, vagy a karakterisztikus polinom gyökeiből a Lagrange-módszerrel történhet [8, 6].

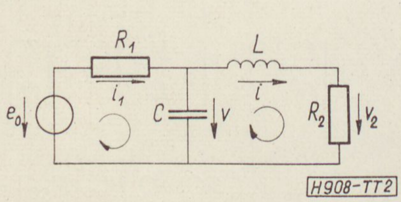
Érdemes itt megemlíteni a linearitás fogalmát a (4) és (5) kifejezésekkel kapcsolatban. A megoldásnál felhasznált helyettesítési elv és az alkalmazott szuperpozíció alapján azt mondhatjuk, hogy a hálózat akkor és csak akkor lineáris, ha a sajátrezgések a kezdeti feltételeknek, az energiamentes rendszer válaszai pedig a gerjesztéseknek lineáris függvényei [2, 6].

2. Az állapotegyenlet felírása lineáris, passzív elemek esetén

Az (1) egyenlet felírásának, illetve az $\boldsymbol{A}$ és $\boldsymbol{B}$ mátrixok meghatározásának szisztematikus útja előtt egy példa kapcsán vizsgáljuk meg az állapotváltozós analízis jellegzetes módszerét.

Példa

Tekintsük a 2. ábra hálózatát. Az áramkör analízisének egy klasszikus módszere a következő:



2. ábra

Az ábrán bejelölt mennyiségekkel — a csomóponti törvény figyelembevételével — a két hurokra felírt Kirchhoff-törvény

$$R_1 i_1+\frac{1}{C}\int_0^t (i_1-i)\ \mathrm{d}t=e_0 \qquad (6)$$

$$R_2 i_2+L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{C}\int_0^t (i_1-i)\mathrm{d}t=0 \qquad (7)$$

Ha a kimeneti jellemző az R_2 ellenállás v_2 feszültsége, a megfelelő egyenlet

$$v_2=R_2 i \qquad (8)$$

A (6), (7), (8) egyenletrendszer differenciálás és az i, i_1 változók kiküszöbölése után egyetlen másodrendű differenciálegyenletté alakítható:

$$\frac{\mathrm{d}^2 v_2}{\mathrm{d}t^2}+\left(\frac{R_2}{L}+\frac{1}{R_1 C}\right)\frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}z}+\frac{1}{LC}\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)v_2=\frac{1}{LC}\frac{R_2}{R_1}e_0 \qquad (9)$$

Az állapotegyenlet felírásához ismeretlennek a kapacitás v feszültségét és az induktivitás i áramát vesszük. Fejezzük ki ezen mennyiségek és az e_0 gerjesztés segítségével a kapacitás áramát és az induktivitás feszültségét:

$$i_c=C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=i_1-i=\frac{e_0-v}{R_1}-i \qquad (10)$$

$$v_L=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=v-v_2=v-R_2 i \qquad (11)$$

Rendezés után a mátrixegyenlet

$$\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\\ \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{R_1 C} & -\frac{1}{C}\\ \frac{1}{L} & -\frac{R_2}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v\\ i\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{R_1 C}\end{bmatrix}e_0 \qquad (12)$$

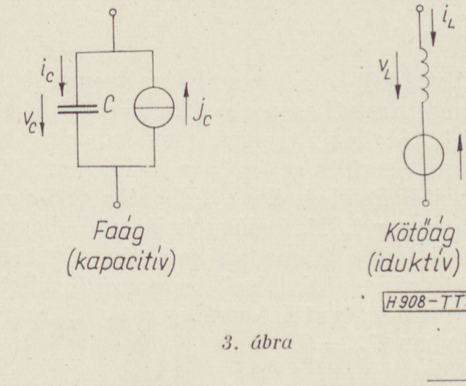
Ezzel tehát egy másodrendű differenciálegyenlet helyett két elsőrendű adódik.

A normál fa és a hálózat topológiája

Tekintsünk egy lineáris, R, L, C elemekből és független generátorokból álló hálózatot (utóbbiak mint gerjesztések szerepelnek). Állapotváltozók legyenek a független kapacitás-feszültségek és induktivitás-áramok. Mivel kapacitív hurokban és induktív vágatban egy feszültség, ill. áram nem független, valamilyen módon szeparálni kell a nem független mennyiségeket, ill. az azoknak megfelelő elemeket. Többek között erre a célra szolgál a hálózat normál fája [3, 4].

A normál fa maximális számú kapacitást és minimális számú induktivitást tartalmaz. Mivel a fa hurokmentes, kapacitív hurok esetén egy kapacitás nem vehető be, és mivel a fa minden vágatból minimálisan tartalmaz egy ágat, induktív vágat estén egy induktivitás feltétlen a normál fában vehető csak fel. Az ellenállások felosztása a faágak és a fán kívüli kötőágak között tetszőleges.

A hálózat ágait az általánosság megszorítása nélkül úgy tekinthetjük, hogy a gerjesztés faágak esetén a megfelelő elemmel párhuzamosan kötött áramgenerátor, kötőág esetén soros feszültséggenerátor (3. ábra). Ez Thevenin—Norton átalakítással mindig megvalósítható, esetleg az eredeti gerjesztés helyett annak deriváltja vagy integrálja fog szerepelni, amit független gerjesztésként veszünk figyelembe az eredeti helyett.



3. ábra

Ha a normál fához tartozó hurok-, ill. vágatmátrixot $\boldsymbol{B}_h$ — ill. $\boldsymbol{Q}$-val jelöljük, Kirchhoff törvényei az alábbi formában írhatók fel (részletesen l.: Függelék):

$$\boldsymbol{B}_h \boldsymbol{v}=\boldsymbol{e} \qquad \boldsymbol{Q}\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j} \tag{13}$$

ahol

$$\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_S \\ \boldsymbol{v}_R \\ \boldsymbol{v}_L \\ \boldsymbol{v}_C \\ \boldsymbol{v}_G \\ \boldsymbol{v}_\Gamma \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{i}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_S \\ \boldsymbol{i}_R \\ \boldsymbol{i}_L \\ \boldsymbol{i}_C \\ \boldsymbol{i}_G \\ \boldsymbol{i}_\Gamma \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{e}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_S \\ \boldsymbol{e}_R \\ \boldsymbol{e}_L \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{j}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{j}_C \\ \boldsymbol{j}_G \\ \boldsymbol{j}_\Gamma \end{bmatrix} \tag{14}$$

a 3. ábrának megfelelően (az S, R, L indexek a kötőági kapacitásokra, ellenállásokra, induktivitásokra utalnak, a C, G, Γ indexek pedig a megfelelő faági elemekre). $\boldsymbol{B}_h$ és $\boldsymbol{Q}$ a kötő- és faágaknak megfelelően két részmátrixra bonthatók:

$$\boldsymbol{B}_h=[\boldsymbol{E} \,\vdots\, \boldsymbol{F}] \qquad \boldsymbol{Q}=[-\boldsymbol{F}^t \,\vdots\, \boldsymbol{E}] \tag{15}$$

ahol $\boldsymbol{E}$ az egységmátrix, a ^{t} index pedig a transzponálást jelenti. (13), (14) és (15) alapján a kötőágak és faágak feszültségeire és áramaira az alábbi összefüggésekkel adhatjuk meg a hálózat topológiáját

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_S \\ \boldsymbol{v}_R \\ \boldsymbol{v}_L \end{bmatrix} = -\boldsymbol{F} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_C \\ \boldsymbol{v}_G \\ \boldsymbol{v}_\Gamma \end{bmatrix} + \boldsymbol{e} =$$

$$= -\begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{SC} & \boldsymbol{O} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{F}_{RC} & \boldsymbol{F}_{RG} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{F}_{LC} & \boldsymbol{F}_{LG} & \boldsymbol{F}_{L\Gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_C \\ \boldsymbol{v}_G \\ \boldsymbol{v}_\Gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_S \\ \boldsymbol{e}_R \\ \boldsymbol{e}_L \end{bmatrix} \tag{16}$$

illetve

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_C \\ \boldsymbol{i}_G \\ \boldsymbol{i}_\Gamma \end{bmatrix} = \boldsymbol{F}^t \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_S \\ \boldsymbol{i}_R \\ \boldsymbol{i}_L \end{bmatrix} + \boldsymbol{j} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}^t_{SC} & \boldsymbol{F}^t_{RC} & \boldsymbol{F}^t_{LC} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{F}^t_{RG} & \boldsymbol{F}^t_{LG} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{O} & \boldsymbol{F}^t_{L\Gamma} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_S \\ \boldsymbol{i}_R \\ \boldsymbol{i}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{j}_C \\ \boldsymbol{j}_G \\ \boldsymbol{j}_\Gamma \end{bmatrix} \tag{17}$$

(16) és (17) részletesen kifejtve az alábbi egyenleteket adják:

$$\boldsymbol{v}_S=-\boldsymbol{F}_{SC}\boldsymbol{v}_C+\boldsymbol{e}_S \tag{18a}$$
$$\boldsymbol{v}_R=-\boldsymbol{F}_{RC}\boldsymbol{v}_C-\boldsymbol{F}_{RC}\boldsymbol{v}_C+\boldsymbol{e}_R \tag{18b}$$
$$\boldsymbol{v}_L=-\boldsymbol{F}_{LC}\boldsymbol{v}_C-\boldsymbol{F}_{LG}\boldsymbol{v}_G-\boldsymbol{F}_{LI}\boldsymbol{v}_\Gamma+\boldsymbol{e}_L \tag{18c}$$
$$\boldsymbol{i}_C=\boldsymbol{F}^t_{SC}\boldsymbol{i}_S+\boldsymbol{F}^t_{RC}\boldsymbol{i}_R+\boldsymbol{F}^t_{LC}\boldsymbol{i}_L+\boldsymbol{j}_C \tag{18d}$$
$$\boldsymbol{i}_G=\boldsymbol{F}^t_{RG}\boldsymbol{i}_R+\boldsymbol{F}^t_{LG}\boldsymbol{i}_L+\boldsymbol{j}_G \tag{18e}$$
$$\boldsymbol{i}_\Gamma=\boldsymbol{F}^t_{L\Gamma}\boldsymbol{i}_L+\boldsymbol{j}_\Gamma \tag{18f}$$

Az $\boldsymbol{F}$ mátrix (16)-beli felbontását a faágak és kötőágak elemek szerinti csoportosítása alapján végeztük el. Mivel kötőágban kapacitás csak kapacitív hurok esetén van, feszültsége csak a faági kapacitások feszültségeitől függhet, így a felbontás első sorában csak $\boldsymbol{F}_{SC}$ szerepel. Hasonlóan belátható, hogy egy faági induktivitás árama az induktív vágat miatt csak a kötőági induktivitások áramaitól függhet, így a (17)-beli felbontás utolsó sorában csak $\boldsymbol{F}^t_{L\Gamma}$ szerepel, tehát (16)-ban $\boldsymbol{F}_{R\Gamma}=\boldsymbol{0}$.

Az áramköri elemek figyelembevétele

A hálózat elemeit a megfelelő ág áramának és feszültségének kapcsolatával adhatjuk meg. Ezek az összefüggések mátrix formában a következők:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_S \\ \boldsymbol{i}_C \end{bmatrix} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_S \\ \boldsymbol{v}_C \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_R \\ \boldsymbol{i}_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_1 & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_R \\ \boldsymbol{v}_G \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_L \\ \boldsymbol{v}_\Gamma \end{bmatrix} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{11} & \boldsymbol{L}_{12} \\ \boldsymbol{L}_{21} & \boldsymbol{L}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_L \\ \boldsymbol{i}_\Gamma \end{bmatrix} \tag{19}$$

(csatolást csak induktivitások között tételeztünk fel). A mátrixok 1, ill. 2 indexei a kötőágakra, ill. faágakra vonatkoznak. $\boldsymbol{C}_1$, $\boldsymbol{C}_2$, $\boldsymbol{R}_1$ és $\boldsymbol{G}_2$ diagonál mátrixok és pozitív definitek, $\boldsymbol{L}_{11}$ és $\boldsymbol{L}_{22}$ szimmetrikus, $\boldsymbol{L}_{21}=\boldsymbol{L}^t_{12}$, és minden induktivitás-mátrix pozitív szemidefinit.*

A nem kívánt változók eliminálása

A hálózat topológiáját megadó (18) és az elemeket leíró (19) összefüggések 12 mátrixegyenletet jelentenek 12 vektorváltozó között. Az állapotegyenlet felírása tulajdonképpen azt kívánja, hogy a változókat szűkítsük le a $\boldsymbol{v}_c$ független kapacitásfeszültségekre és az $\boldsymbol{i}_L$ független induktivitás-áramokra.

(18d)-ből egyoldalra hozva a kapacitások áramait, (19) és (18a) helyettesítésével

$$-\boldsymbol{F}^t_{SC}\boldsymbol{i}_S+\boldsymbol{i}_C=[-\boldsymbol{F}^t_{SC}\boldsymbol{E}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_S \\ \boldsymbol{i}_C \end{bmatrix} =$$

$$=[-\boldsymbol{F}^t_{SC}\boldsymbol{E}] \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_S \\ \boldsymbol{v}_C \end{bmatrix} =$$

$$=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[-\boldsymbol{F}^t_{SC}\,\boldsymbol{E}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C}_2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} -\boldsymbol{F}_{SC} \\ \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \boldsymbol{v}_C + \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{O} \end{bmatrix} \boldsymbol{e}_S \right) \tag{20}$$

Bevezetve a

$$\mathcal{C}=[-\boldsymbol{F}^t_{SC}\,\boldsymbol{E}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\boldsymbol{F}_{SC} \\ \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \tag{21}$$

vágatkapacitás mátrixot (20) végső alakja

$$-\boldsymbol{F}^t_{SC}\boldsymbol{i}_S+\boldsymbol{i}_C=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{C}\boldsymbol{v}_C)-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{F}^t_{SC}\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{e}_S) \tag{22}$$

Ezt visszaírva (18d)-be

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{C}\boldsymbol{v}_C)=\boldsymbol{F}^t_{RC}\boldsymbol{i}_R+\boldsymbol{F}^t_{LC}\boldsymbol{i}_L+\boldsymbol{j}_C+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{F}^t_{SC}\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{e}_S) \tag{23}$$

Hasonló módon bevezetve az

$$\mathcal{L}=[\boldsymbol{E}\;\boldsymbol{F}_{L\Gamma}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{11} & \boldsymbol{L}_{12} \\ \boldsymbol{L}_{21} & \boldsymbol{L}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{F}^t_{L\Gamma} \end{bmatrix} \tag{24}$$

hurokinduktivitás mátrixot (18f) és (19) alapján

$$\boldsymbol{v}_L+\boldsymbol{F}_{L\Gamma}\boldsymbol{v}_\Gamma=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{L}\boldsymbol{i}_L)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{L}_{12}+\boldsymbol{F}_{L\Gamma}\boldsymbol{L}_{22})\,\boldsymbol{j}_\Gamma \tag{25}$$

* Az $\boldsymbol{M}$ mátrix pozitív szemidefinit, ha tetszőleges $\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{O}$ valós vektorra $\boldsymbol{x}^t\boldsymbol{M}\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{O}$. Ha az egyenlőségjel nincs megengedve, $\boldsymbol{M}$ pozitív definit.

amit visszaírva (18c)-be

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{L}\boldsymbol{i}_L) = -\boldsymbol{F}_{LC}\boldsymbol{v}_C - \boldsymbol{F}_{LG}\boldsymbol{v}_G + \boldsymbol{e}_L -$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{L}_{12} + \boldsymbol{F}_{L\Gamma}\boldsymbol{L}_{22})\boldsymbol{j}_\Gamma \qquad (26)$$

(18b) és (18e), felhasználva (19)-et, a következő formába írhatók

$$\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{i}_R = -\boldsymbol{F}_{RC}\boldsymbol{v}_C - \boldsymbol{F}_{RG}\boldsymbol{v}_G + \boldsymbol{e}_R \qquad (27)$$

és

$$\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{v}_G = \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RG}\boldsymbol{i}_R + \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{LG}\boldsymbol{i}_L + \boldsymbol{j}_G \qquad (28)$$

$\boldsymbol{i}_R$ kiküszöbölése (23)-ból a következő úton lehetséges: (28)-ból kifejezzük $\boldsymbol{v}_G$-t, behelyettesítjük (27)-be, innen $\boldsymbol{i}_R$-t kifejezve (23)-ba behelyettesítjük. $\boldsymbol{i}_R$ kifejezésekor bevezetve az

$$\mathcal{R} = \boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{F}_{RG}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RG} \qquad (29)$$

mátrixot, ahol $\boldsymbol{R}_2 = \boldsymbol{G}_2^{-1}$, továbbá a behelyettesítés után az

$$\mathcal{Y} = \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RC}\mathcal{R}^{-1}\boldsymbol{F}_{RC} \qquad (30)$$

és

$$\mathcal{H} = \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{LC} - \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RC}\mathcal{R}^{-1}\boldsymbol{F}_{RG}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{LG} \qquad (31)$$

mátrixokat (23) végleges alakja

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{C}\boldsymbol{v}_C) = -\mathcal{Y}\boldsymbol{v}_C + \mathcal{H}\boldsymbol{i}_L + \boldsymbol{j}_C - \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RC}\mathcal{R}^{-1}\boldsymbol{F}_{RG}\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{j}_G +$$

$$+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{SC}\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{e}_S) + \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RC}\mathcal{R}^{-1}\boldsymbol{e}_R \qquad (32)$$

Analóg módon küszöbölhetjük ki $\boldsymbol{v}_G$-t is. Bevezetve a

$$\mathcal{G} = \boldsymbol{G}_2 + \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RG}\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{F}_{RG} \qquad (33)$$

$$\mathcal{Z} = \boldsymbol{F}_{LG}\mathcal{G}^{-1}\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{LG} \qquad (34)$$

$$\mathcal{K} = -\boldsymbol{F}_{LC} + \boldsymbol{F}_{LG}\mathcal{G}^{-1}\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RG}\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{F}_{RC} = -\mathcal{H}^{\mathrm{t}} \qquad (35)$$

mátrixokat (26) végleges alakja

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{L}\boldsymbol{i}_L) = -\mathcal{H}^{\mathrm{t}}\boldsymbol{v}_C - \mathcal{Z}\boldsymbol{i}_L + \boldsymbol{F}_{LG}\mathcal{G}^{-1}\boldsymbol{j}_G -$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{L}_{12} + \boldsymbol{F}_{L\Gamma}\boldsymbol{L}_{22})\boldsymbol{j}_\Gamma - \boldsymbol{F}_{LG}\mathcal{G}^{-1}\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RG}\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{e}_R + \boldsymbol{e}_L \qquad (36)$$

Időben állandó paraméterű hálózatok

Az eddigiekben nem használtuk ki azt, hogy a hálózat elemei időtől független paraméterekkel rendelkeznek, ezért (32) és (36) az időben változó paraméterű hálózatok esetére is érvényes. Az időinvariáns esetben a mátrixok a differenciálás szempontjából konstansoknak tekintendők, így (32)-t és (36)-ot egyetlen mátrixegyenletbe írva és kifejezve az állapotváltozók deriváltjait, megkapjuk az állapotegyenlet (1) alatti normál alakját, ahol

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \mathcal{C}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \mathcal{L}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathcal{Y} & \mathcal{H} \\ -\mathcal{H}^{\mathrm{t}} & -\mathcal{Z} \end{bmatrix} \qquad (37)$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \mathcal{C}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \mathcal{L}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} & -\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RC}\mathcal{R}^{-1}\boldsymbol{F}_{RG}\boldsymbol{R}_2 & \boldsymbol{O} & \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{SC}\boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RC}\mathcal{R}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{F}_{LG}\mathcal{G}^{-1} & -\boldsymbol{L}_{12} - \boldsymbol{F}_{L\Gamma}\boldsymbol{L}_{22} & \boldsymbol{O} & -\boldsymbol{F}_{LG}\mathcal{G}^{-1}\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}_{RG}\boldsymbol{G}_1 & \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \qquad (38)$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_C \\ \boldsymbol{i}_L \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{j}_C \\ \boldsymbol{j}_G \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}_\Gamma \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_S \\ \boldsymbol{e}_R \\ \boldsymbol{e}_L \end{bmatrix} \qquad (39)$$

A (37)-ben megadott $\boldsymbol{A}$ mátrix csak abban az esetben lesz nemszinguláris, ha az $\boldsymbol{x}$ vektor komponensei függetlenek. Mivel viszont ezek a kapacitások áramaival és az induktivitások feszültségeivel arányosak, Kirchhoff törvényeiből nyilvánvalóan következik, hogy kapacitív vágat és induktív hurok esetén a függetlenség nem áll fenn. Nemszinguláris $\boldsymbol{A}$ mátrixot tehát csak úgy kaphatunk, ha (32)-ben a független kapacitív hurkok (36)-ban pedig a független induktív vágatok számával megegyező számú egyenletet elhagyunk, és a törölt soroknak megfelelő nem független állapotváltozókat a többi egyenlethez a függetlenekkel fejezzük ki.

3. Az $\boldsymbol{A}$ mátrix részmátrixainak értelmezése

A (37) és (38) összefüggések a bennük szereplő elemek definíciós összefüggéseivel együtt már lehetőséget adnak az $\boldsymbol{A}$ és $\boldsymbol{B}$ mátrixok meghatározására. Számítógépes analízis esetén ez már elegendő. Sok esetben viszont (pl. kézi számolásnál) előnyös lehet, ha a $\mathcal{C}$, $\mathcal{L}$, $\mathcal{Y}$, $\mathcal{H}$ és $\mathcal{Z}$ mátrixokat nem a definíciókból határozzuk meg. Erre nyújt módot ezen mátrixok értelmezése.

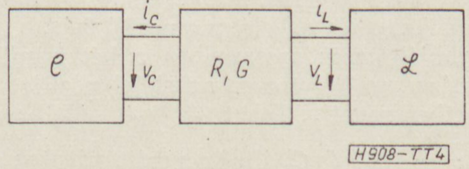
Tekintsük a gerjesztéseket azonosan nullának. Ha a kötőági kapacitásokat szakadással helyettesítjük, azaz $\boldsymbol{i}_S = \boldsymbol{0}$, akkor (22) alapján (32)-ből

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{C}\boldsymbol{v}_C) = \boldsymbol{i}_C = -\mathcal{Y}\boldsymbol{v}_C + \mathcal{H}\boldsymbol{i}_L \qquad (40)$$

adódik. Hasonló módon a faági induktivitásokat rövidzárral helyettesítve ($\boldsymbol{v}_\Gamma = \boldsymbol{0}$), (25) — és (36)-ból felírható a következő összefüggés:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{L}\boldsymbol{i}_L) = \boldsymbol{v}_L = -\mathcal{H}^{\mathrm{t}}\boldsymbol{v}_C - \mathcal{Z}\boldsymbol{i}_L. \qquad (41)$$

(40)- és (41)-et a 4. ábrával kapcsolatban a következőképpen értelmezhetjük. Gondolatban bontsuk a hálózatot három részre: faági kapacitások, kötőági induktivitások, ellenállások (faág és kötőág is). Az ábrán bejelölt feszültségeket és áramokat egy ellenállásos sokpólus kapocspári jellemzőinek tekinthetjük, az áramok a szokásos mérőirányokkal ellentétesek. Ha az $\boldsymbol{i}_L = \boldsymbol{0}$ esetet vizsgáljuk, amikor az induk-



4. ábra

tív vágatok miatt $\boldsymbol{i}_\Gamma=\boldsymbol{0}$ is fennáll, akkor (40)-ből

$$(-\boldsymbol{i}_C)=\mathcal{Y}\boldsymbol{v}_C \tag{42}$$

vagyis $\mathcal{Y}$ az ellenállásos sokpólus „faági kapacitás-oldalának" admittancia mátrixa, ha az összes többi reaktáns elemet szakadással helyettesítjük ($\boldsymbol{i}_S=\boldsymbol{i}_L=\boldsymbol{i}_\Gamma=\boldsymbol{0}$). Hasonlóan $\boldsymbol{v}_C=\boldsymbol{0}$ esetén (40)-ből

$$(-\boldsymbol{i}_C)=\mathcal{H}(-\boldsymbol{i}_L) \tag{43}$$

azaz $\mathcal{H}$ a „kötőági induktivitás-oldalon" gerjesztett ellenállásos sokpólus rövidzárási áram transzfer mátrixa, ha a kötőági kapacitásokat szakadással, a faági induktivitásokat rövidzárral helyettesítjük ($\boldsymbol{i}_S=\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{v}_\Gamma=\boldsymbol{0}$).

(41)-ből $\boldsymbol{i}_L=\boldsymbol{0}$ esetén

$$\boldsymbol{v}_L=-\mathcal{H}^t\boldsymbol{v}_C=\mathcal{K}\boldsymbol{v}_C \tag{44}$$

vagyis $\mathcal{K}=-\mathcal{H}^t$ a „faági kapacitás-oldalon" gerjesztett ellenállásos sokpólus üresjárási feszültség transzfer mátrixa, ha a többi reaktáns elemnél a (43)-hoz is biztosítandó feltételeket elégítjük ki. Végül (41)-ből $\boldsymbol{v}_C=\boldsymbol{0}$ esetén

$$\boldsymbol{v}_L=\mathcal{Z}(-\boldsymbol{i}_L) \tag{45}$$

tehát $\mathcal{Z}$ a sokpólus „kötőági induktivitás-oldali" impedancia mátrixa, ha a többi reaktáns elemet rövidzárral helyettesítjük.

A $\mathcal{C}$ mátrix értelmezéséhez a definiáló (21) összefüggésből kell kiindulnunk. Jelöljük az $\boldsymbol{F}_{SC}$ mátrix egy tetszőleges elemét f_{ij}-vel, mely aszerint $+1$, -1 vagy 0, hogy az i-edik kötőági kapacitás (C_1^i) által generált hurokban a j-edik faági kapacitás (C_2^j) benne van azonos, ill ellentétes irányítással, vagy nincs benne. (21)-ben elvégezve az összeszorzást

$$\mathcal{C}=\boldsymbol{F}_{SC}^t\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{F}_{SC}+\boldsymbol{C}_2 \tag{46}$$

Mivel $\boldsymbol{C}_1$ és $\boldsymbol{C}_2$ diagonál mátrixok (46) alapján $\mathcal{C}$ tetszőleges főátlóbeli eleme

$$c_{jj}=C_2^j+\sum_i C_1^i f_{ij}^2 \tag{47}$$

alakú, vagyis a j-edik fakapacitás mellett azon kötőági kapacitások összege, melyek által generált hurokban a j-edik fakapacitás szerepel ($f_{ij}\neq 0$). Ezek a kapacitások éppen a C_2^j által generált vágat kapacitív kötőágai. Ezek alapján a főátló elemei

$c_{jj}=\sum C_2^j$ által definiált vágat kapacitásai (48)

A nem diagonál elemek

$$c_{jk}=\sum_i f_{ij}C_1^i f_{ik}=c_{kj} \tag{49}$$

azon kötőági kapacitások összege, melyek által definiált hurokban egyszerre fordul elő a j-edik és a k-adik fakapacitás is. Ezek pedig a szóban forgó fakapacitások által generált vágatok közös kapacitáskötőágai. Az összeg előjelét a generáló faágak irányításai szabják meg: amennyiben a két irányítás a fában nézve nyílfolytonos, az előjel pozitív, ellenkező esetben negatív. Tehát

$c_{jk}=c_{kj}=\pm\sum C_2^j$ és C_2^k által generált vágatok közös kapacitásai (50)

(48) és (50) indokolja $\mathcal{C}$-re a vágatkapacitás mátrix elnevezést.

Hasonlóan belátható $\mathcal{L}$-ről, hogy a főátlóbeli elemek

$l_{jj}=\sum L_{11}^j$ által definiált hurok induktivitásai (51)

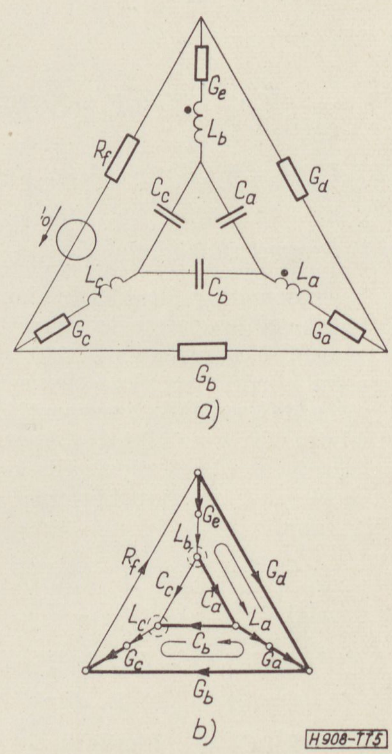
a nem diagonál elemek pedig

$l_{jk}=l_{kj}=\pm\sum L_{11}^j$ és L_{11}^k által definiált hurkok közös induktivitásai (52)

ahol L_{11}^j, ill. L_{11}^k a j-edik, ill. a k-adik kötőági induktivitás. (52)-ben az előjel aszerint pozitív vagy negatív, hogy a két a kötőági induktivitás az őket tartalmazó alapvágatban azonos vagy ellentétes irányítású.

A kölcsönös induktivitások az alábbiak szerint vehetők figyelembe: (51)-ben szerepelnek a hurokban levő tekercsek közötti kölcsönös induktivitások ± 2-szeresei aszerint, hogy a csatolásban levő elemek a hurokban azonos vagy ellentétes irányítással helyezkednek-e el. (52)-ben fellépnek az egyik hurok tekercseinek kölcsönös induktivitásai a másik hurok tekercseihez és fordítva, pozitív előjellel akkor, ha a csatolásban levő elemek irányítása a megfelelő hurkokban a hurkot definiáló kötőági induktivitáshoz képest egyforma, ellenkező esetben az előjel negatív. (Ha a csatolt tekercsek a két hurok közös részében vannak, a kölcsönös induktivitás természetesen kétszer veendő figyelembe.)

(51) és (52) indokolja a hurokinduktivitás mátrix elnevezést. Megjegyezzük, hogy $\mathcal{L}$ közvetlen felírása (51) és (52) alapján csak abban az esetben előnyös, ha a csatolt tekercsek száma kevés. Ellenkező esetben célszerűbb az eredeti (24) definíció használata.



5. ábra

Példa

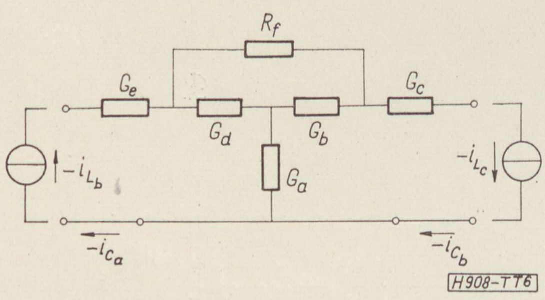
Az eddig elmondottak illusztrálására írjuk fel az állapotmátrixot az 5*a* ábra lineáris, passzív elemekből álló hálózatára. A hálózat gráfja az 5*b* ábrán látható, a kiválasztott normál fát vastagítással jelöltük. A csatolásban levő L_a és L_b tekercsek közötti kölcsönös induktivitás L_{ab} (előjeles). A kapacitív hurok miatt C_c kimaradt a fából, L_a viszont az induktív vágat következtében a fában szerepel. A generátoros ágat a soros kapcsolás miatt kötőágként vettük figyelembe. A gráf ágainak irányítása itt megegyezik a feltételezett áramiránnyal, de egyébként tetszőleges más irányítás is felvehető. Az állapotváltozók vektora

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix} v_{C_a} \\ v_{C_b} \\ i_{L_b} \\ i_{L_c} \end{bmatrix} \tag{53}$$

(42) alapján $\mathcal{Y}$ felírásához a fakapacitások kivételével minden reaktáns elem szakadással helyettesítendő, a fakapacitások helyein kell kiképezni az ellenállásos hálózat kapocspárjait. Az 5. ábrából látható, hogy ebben az esetben nincs összeköttetés a kapocspárok között, így

$$\mathcal{Y}=\begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} C_a \\ C_b \end{array} \\ \begin{array}{cc} C_a & C_b \end{array} \end{array} \tag{54}$$

$\mathcal{Z}$ meghatározásához (45) szerint a kötőági induktivitások helyei jelentik a kapocspárokat, a többi reaktáns elem rövidre zárandó. Az előállt négypólus a 6. ábrán látható, ahol feltüntettük a fakapacitások helyeit is $\mathcal{H}$ felírásához. Az ábra alapján



6. ábra

$$\mathcal{Z}=\begin{array}{c} \begin{bmatrix} R+R_e+\dfrac{G_b}{\Delta} & R \\ R & R+R_c+\dfrac{G_d}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_b \\ L_c \end{array} \\ \begin{array}{cc} L_b & \qquad L_c \end{array} \end{array} \tag{55}$$

ahol

$$\Delta=G_bG_d+G_dG_f+G_fG_b \tag{56}$$

és

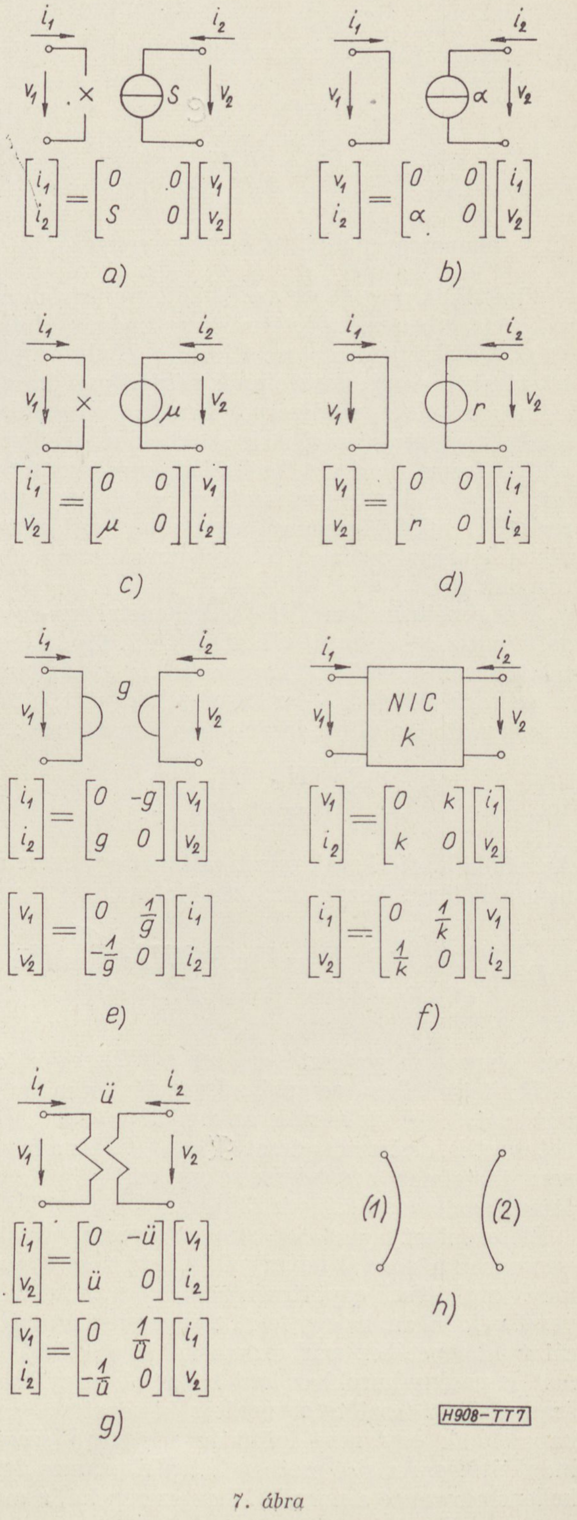
$$R=R_a+\frac{G_f}{\Delta} \tag{57}$$

A 6. ábrából (43) alapján a $\mathcal{H}$ áram transzfer mátrix is közvetlenül felírható:

$$\mathcal{H}=\begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} C_a \\ C_b \end{array} \\ \begin{array}{cc} L_b & L_c \end{array} \end{array} \tag{58}$$

továbbá (35) szerint

$$\mathcal{K}=-\mathcal{H}^t=\begin{array}{c} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_b \\ L_c \end{array} \\ \begin{array}{cc} C_a & C_b \end{array} \end{array} \tag{59}$$



7. ábra

A $\mathcal{C}$ és $\mathcal{L}$ mátrixok (48), (50), (51) és (52) alapján az 5b ábrán feltüntetett vágatok és hurkok segítségével az alábbiak:

$$\begin{array}{cc} \mathcal{C}= & \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} C_a+C_c & C_c \\ C_c & C_b+C_c \end{bmatrix} & \begin{array}{c} C_a \\ C_b \end{array} \\ \begin{array}{cc} C_a \quad & \quad C_b \end{array} & \end{array} \end{array} \tag{60}$$

illetve

$$\begin{array}{cc} \mathcal{L}= & \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} L_a+L_b+2L_{ab} & -L_a-L_{ab} \\ -L_a-L_{ab} & L_a+L_c \end{bmatrix} & \begin{array}{c} L_b \\ L_c \end{array} \\ \begin{array}{cc} L_b \qquad & \qquad L_c \end{array} & \end{array} \end{array} \tag{61}$$

A fentiekkel (37)-ből a szorzást elvégezve, az állapotmátrixra

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{O} & \mathcal{C}^{-1} \\ -\mathcal{L}^{-1} & -\mathcal{L}^{-1}\mathcal{Z} \end{bmatrix} \tag{62}$$

adódik.

4. Az állapotegyenlet aktív elemek esetén [5, 6]

Vizsgáljuk meg, hogy az állapotegyenlet felírására a 2. fejezetben megadott módszer hogyan általánosítható aktív hálózatokra. Ehhez a 7. ábrán feltüntetett aktív vagy nonreciprok négypólusú áramköri elemeket kell a módszernél figyelembe venni. Az ábrán megadtuk az elemek szimbolikus jelölését és mátrix formában a viselkedésüket leíró összefüggéseket. Az ideális transzformátor (amely passzív és reciprok), mint négypólusú elem szintén itt szerepel, mivel figyelembevétele a többi elemmel azonos módon történik.

A négypólusú elemek be- és kimenetei egy-egy ággal bővítik a hálózatot (7h ábra). A 7. ábrán feltüntetett áram-feszültség kapcsolat, az ellenállásokra vonatkozó (19)-beli összefüggéssel együtt, utóbbinak egy általánosított formájában adható meg:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_R \\ \boldsymbol{i}_G \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{11} & \boldsymbol{H}_{12} \\ \boldsymbol{H}_{21} & \boldsymbol{H}_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_R \\ \boldsymbol{v}_G \end{bmatrix} \tag{63}$$

Az előbbi hibrid karakterisztika tehát egyszerre adja meg a hálózat összes „rezisztív" elemeire (ellenállások és négypólusú elemek) vonatkozó áram-feszültség kapcsolatot. A (19) összefüggés ennek egy speciális esete, ahol

$$\boldsymbol{H}_{11}=\boldsymbol{R}_1 \quad \boldsymbol{H}_{22}=\boldsymbol{G}_2 \quad \boldsymbol{H}_{12}=\boldsymbol{H}_{21}=\boldsymbol{O} \tag{64}$$

(63)-ban az R, ill. G indexek a kötőágakra, ill. faágakra vonatkoznak.

A 7. ábrából (63) alapján megállapítható, hogy a normál fa felvételénél hogyan kell figyelembe venni a négypólusú elemeket. Azokat a kapocspárokat, melyekre a feszültség van kifejezve, kötőágaknak kell venni, amelyekre pedig az áram a függő paraméter, a normál fába kell helyezni. Így az áramvezérelt feszültséggenerátor (7d ábra) mindkét kapocspárja kötőág, a feszültségvezérelt áramgenerátornál (7a ábra) mindkettő faág, a girátor akár a fába, akár a kötőágakba felvehető, míg a többi elemnél az egyik kapocspár faág, a másik kötőág lesz.

Az ily módon kibővített hálózat topológiáját most is a (18) összefüggés írja le, a hálózat elemei pedig (19)-cel, ill. (63)-mal adhatók meg. Az állapotegyenlet felírásához a 2. fejezetben megadott úton juthatunk el a felesleges változók eliminálásával. Bevezetve az

$$\mathcal{R}=\boldsymbol{H}_{11}+(\boldsymbol{H}_{12}+\boldsymbol{F}_{RG})\boldsymbol{H}_{22}^{-1}(\boldsymbol{F}_{RG}^{t}-\boldsymbol{H}_{21}) \tag{65}$$

$$\mathcal{G}=\boldsymbol{H}_{22}+(\boldsymbol{F}_{RG}^{t}-\boldsymbol{H}_{21})\boldsymbol{H}_{11}^{-1}(\boldsymbol{H}_{12}+\boldsymbol{F}_{RG}) \tag{66}$$

$$\mathcal{H}=\boldsymbol{F}_{LC}^{t}-\boldsymbol{F}_{RC}^{t}\mathcal{R}^{-1}(\boldsymbol{H}_{12}+\boldsymbol{F}_{RG})\boldsymbol{H}_{22}^{-1}\boldsymbol{F}_{LG}^{t} \tag{67}$$

$$\mathcal{K}=-\boldsymbol{F}_{LC}+\boldsymbol{F}_{LG}\mathcal{G}^{-1}(\boldsymbol{F}_{RG}^{t}-\boldsymbol{H}_{21})\boldsymbol{H}_{11}^{-1}\boldsymbol{F}_{RC} \tag{68}$$

mátrixokat ($\mathcal{C}$, $\mathcal{L}$, $\mathcal{Y}$ és $\mathcal{Z}$ definíciója változatlan), az állapotegyenletben szereplő mátrixokra (37) és (38) helyett a következő kifejezéseket nyerjük:

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} \mathcal{C}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \mathcal{L}^{-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\mathcal{Y} & \mathcal{H} \\ \mathcal{K} & -\mathcal{Z} \end{bmatrix} \tag{69}$$

és

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} \mathcal{C}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \mathcal{L}^{-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{E} & -\boldsymbol{F}_{RC}^{t}\mathcal{R}^{-1}(\boldsymbol{H}_{12}+\boldsymbol{F}_{RG})\boldsymbol{H}_{22}^{-1} & \boldsymbol{O} & \boldsymbol{F}_{SC}^{t}\boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{F}_{RC}^{t}\mathcal{R}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{F}_{LG}\mathcal{G}^{-1} & -\boldsymbol{L}_{12}-\boldsymbol{F}_{L\Gamma}\boldsymbol{L}_{22} & \boldsymbol{O} & -\boldsymbol{F}_{LG}\mathcal{G}^{-1}(\boldsymbol{F}_{RG}^{t}-\boldsymbol{H}_{21})\boldsymbol{H}_{11}^{-1} & \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \tag{70}$$

(az állapot- és gerjesztés-vektor a (39)-beli). Az $\boldsymbol{A}$ és $\boldsymbol{B}$ kifejezésében szereplő, a levezetés során bevezetett mátrixok értelmezése az eredeti módon történhet most is, de természetesen $\mathcal{K}\neq-\mathcal{H}^{t}$. Ha a hálózat nem tartalmaz négypólusú elemeket, (69) és (70) átmegy az eredeti (37)- és (38)-ba.

Előfordulhat olyan eset, amikor a passzív és aktív elemeknek a normál fában való elhelyezésére vonatkozó megkötések együttesen nem teljesíthetők. Erre vezet például az, ha egy feszültségvezérelt áramgenerátor kimenetéhez párhuzamosan kapcsolódik egy nem kapacitív hurokban levő kapacitás vagy ha egy áramvezérelt feszültséggenerátor kimenetével sorba kapcsolódik egy nem induktív vágatban szereplő induktivitás. Az első esetben két párhuzamos ágnak kellene egyszerre a normál fában szerepelni, a másodikban két soros ág lenne egyszerre kötőág, ami nyilván lehetetlen. Ilyenkor vagy Thevenin–Norton átalakítással, vagy a vezérlési típus megváltoztatásával lehet elérni azt, hogy a normál fát felvehessük. Ekkor azonban a (19) és (63) összefüggések megváltoznak, ennek megfelelően más technikával kell a nemkívánt változókat kiküszöbölni. Amennyiben a hálózat topológiáján nem akarunk változtatni, a normál fát kell másként definiálni [7].

5. A hálózat jellemzése az állapotegyenlet alapján

Az állapotegyenlet ismeretében a hálózat tulajdonságaira és jellemzésére nézve több következtetést vonhatunk le.

Passzivitás és reciprocitás

A (40)- és (41)-hez hasonló módon az általános esetre is felírhatjuk a megfelelő összefüggéseket (a gerjesztéseket kiiktatjuk a hálózatból), mely mátrix alakban a következő egyenletre vezet:

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{i}_C \\ \boldsymbol{v}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{Y} & \mathcal{H} \\ \mathcal{K} & \mathcal{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_C \\ -\boldsymbol{i}_L \end{bmatrix} \tag{71}$$

A fenti összefüggés — a 4. ábrával analóg értelmezés szerint — egy „rezisztív'' $2n$-pólus (ellenállások és négypólusú elemek) hibrid karakterisztikájaként kezelhető. Ha minden áramköri elem reciprok, $\mathcal{Y}$ és $\mathcal{Z}$ szimmetrikus mátrixok és

$$\mathcal{K} = -\mathcal{H}^t \tag{72}$$

Ha a hálózat csak passzív elemeket tartalmaz, kimutatható, hogy a (71)-ből képzett

$$\begin{bmatrix} \mathcal{Y}+\mathcal{Y}^t & \mathcal{H}+\mathcal{K}^t \\ \mathcal{K}+\mathcal{H}^t & \mathcal{Z}+\mathcal{Z}^t \end{bmatrix} \tag{73}$$

szimmetrikus mátrix pozitív szemidefinit [2, 6]. A passzivitás, ill. reciprocitás feltételét tehát (73), ill. (72) jelenti.

A hálózatban tárolt energia

Mint a bevezetésben már utaltunk rá, az állapotváltozók segítségével a hálózat reaktáns elemeiben tárolt energia egyszerűen adható meg. A kapacitások összenergiájára (21) alapján írható

$$W_C = \sum_{i,j} \frac{1}{2}(v_{Si}^2 C_1^i + v_{Cj}^2 C_2^j) =$$

$$= \frac{1}{2}[\boldsymbol{v}_S^t \boldsymbol{v}_C^t] \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_S \\ \boldsymbol{v}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\boldsymbol{v}_C^t \mathcal{C} \boldsymbol{v}_C \tag{74}$$

Az induktív összenergia hasonlóan (24) felhasználásával

$$W_L = \frac{1}{2}\boldsymbol{i}_L^t \mathcal{L} \boldsymbol{i}_L \tag{75}$$

A hálózat összenergiája (74) és (75) összege, azaz

$$W_{össz} = \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^t \begin{bmatrix} \mathcal{C} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \mathcal{L} \end{bmatrix} \boldsymbol{x}, \qquad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_C \\ \boldsymbol{i}_L \end{bmatrix} \tag{76}$$

Transzfer függvények [13]

A hálózat $\boldsymbol{w}$ gerjesztéseit és $\boldsymbol{y}$ válaszait összekapcsoló transzfer függvények (1) és (2) Laplace-transzformációjával az állapotegyenletek alapján származtathatók. A transzformált mennyiségeket a megfelelő nagy betűvel jelölve

$$p\boldsymbol{X} - \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{W} \tag{77}$$

illetve

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{W} \tag{78}$$

adódik. (77)-ből kifejezve az állapotvektort

$$\boldsymbol{X} = (p\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A})^{-1}[\boldsymbol{B}\boldsymbol{W} + \boldsymbol{x}(0)] \tag{79}$$

majd bevezetve a

$$\boldsymbol{\Phi}(p) = (p\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A})^{-1} \tag{80}$$

tranziciós mátrixot és (79)-et (80)-ba helyettesítve

$$\boldsymbol{Y} = [\boldsymbol{C}\boldsymbol{\Phi}(p)\boldsymbol{B} + \boldsymbol{D}]\boldsymbol{W} + \boldsymbol{C}\boldsymbol{\Phi}(p)\boldsymbol{x}(0) \tag{81}$$

Ha a hálózatot csak az állandósult állapotban akarjuk vizsgálni, a kezdeti feltételek figyelmen kívül hagyhatók. Ekkor a

$$\boldsymbol{T}(p) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{\Phi}(p)\boldsymbol{B} + \boldsymbol{D} \tag{82}$$

transzfer mátrix magába foglalja a hálózat tetszőleges transzfer függvényét.

A hálózat sajátfrekvenciái

A (4) és (5) összefüggésekből kiolvasható, hogy a gerjesztésmentes hálózat sajátfrekvenciái éppen az $\boldsymbol{A}$ állapotmátrix sajátértékeivel egyeznek meg. Hasonló eredmény adódik (81)-ből is, hiszen $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$ esetén az

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{\Phi}(p)\boldsymbol{x}(0) \tag{81a}$$

kifejezés inverz Laplace-transzformációjával adódó sajátfrekvenciák a $\boldsymbol{\Phi}(p)$ mátrix elemeinek nevezőjében szereplő polinom gyökei, melyek (80) szerint a $\det[p\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A}]$ gyökei, vagyis éppen az $\boldsymbol{A}$ mátrix sajátértékei.

A hálózat bonyolultsági fokán a véges, nem nulla értékű sajátfrekvenciák számát értjük. A fentiek szerint ez az $\boldsymbol{A}$ mátrix nem nulla sajátértékeinek száma, vagyis $\boldsymbol{A}$ rangja. Ily módon eljutottunk a bonyolultsági fok egy másik szokásos értelmezéséhez, miszerint az a hálózatot leíró független elsőrendű differenciálegyenletek száma. Ez a hálózat kapcsolása alapján rögtön megmondható, hiszen a független állapotváltozók száma a normál fa definíciója és a 2. fejezet végén tett megjegyzés alapján megegyezik az összes reaktáns elemek számának, valamint a független kapacitív és induktív hurkok és vágatok együttes számának különbségével [1, 2].

6. Időben változó paraméterű hálózatok

Az állapotváltozós analízis egyik legnagyobb előnye a klasszikus analízis-módszerekkel szemben az időben változó paraméterű hálózatoknál mutatkozik meg. Míg az utóbbiaknál szinte teljesen más utat kell követni az időben állandó és változó paraméterek esetén, addig az állapotváltozós analízis esetén minimális változtatással ugyanaz a lehetőség adódik mindkét esetre.

Az eddigi módszer általánosítása

Mint már a 2. fejezet végén említettük, a (32) és (36) összefüggések az időben változó hálózatokra is érvényesek, de a továbblépésnél figyelembe kell venni, hogy a differenciálás alatt a mátrixok is az idő függvényei. Mivel

$$\frac{d}{dt}(\mathcal{C}\boldsymbol{v}_C) = \dot{\mathcal{C}}\boldsymbol{v}_C + \mathcal{C}\frac{d}{dt}\boldsymbol{v}_C \tag{83}$$

és

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{L}\boldsymbol{i}_L)=\dot{\mathcal{L}}\boldsymbol{i}_L+\mathcal{L}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}_L \tag{84}$$

az $\boldsymbol{A}$ mátrixnál csak $\mathcal{Y}$ és $\mathcal{Z}$ helyén lesz változás, azaz

$$\boldsymbol{A}(t)=\begin{bmatrix}\mathcal{C}^{-1} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \mathcal{L}^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-\mathcal{Y}-\dot{\mathcal{C}} & \mathcal{H}\\ -\mathcal{H}^{t} & -\mathcal{Z}-\dot{\mathcal{L}}\end{bmatrix} \tag{85}$$

Hasonlóan vehető figyelembe (32) és (36) jobb oldalán is a differenciálás bonyolultabb volta. Az állapotegyenlet második tagjának változása a következőképpen vehető figyelembe (a kipontozás változatlan részt jelöl):

$$\boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{w}(t)=\begin{bmatrix}\mathcal{C}^{-1} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \mathcal{L}^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ldots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F}^{t}_{SC}\boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{F}^{t}_{SC}\dot{\boldsymbol{C}}_1 & \ldots\\ \ldots & -\dot{\boldsymbol{L}}_{12}-\boldsymbol{F}_{L\Gamma}\dot{\boldsymbol{L}}_{22} & -\boldsymbol{L}_{12}-\boldsymbol{F}_{L\Gamma}\boldsymbol{L}_{22} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \ldots\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\vdots\\ \boldsymbol{j}_\Gamma\\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}_\Gamma\\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_S\\ \boldsymbol{e}_S\\ \vdots\end{bmatrix} \tag{86}$$

Négypólusú elemek esetén ugyanazok a változások szintén fellépnek, mint (69)- és (70)-ben.

Új állapotváltozók bevezetése

Az eddigiekben állapotváltozóknak a független kapacitás-feszültségeket és induktivitás-áramokat tekintettük. Ha ezek helyett a

$$\boldsymbol{q}_C=\mathcal{C}\boldsymbol{v}_C \quad \text{és} \quad \boldsymbol{\Phi}_L=\mathcal{L}\boldsymbol{i}_L \tag{87}$$

töltéseket és fluxusokat vezetjük be új változókként, az állapotmátrixot egyazon formában adhatjuk meg az időbeb változó és időinvariáns esetre is. (32)- és (36)-ból, eltekintve a gerjesztésektől, a következőt írhatjuk (87) alapján:

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}_C\\ \dot{\boldsymbol{\Phi}}_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\mathcal{Y} & \mathcal{H}\\ -\mathcal{H}^{t} & -\mathcal{Z}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_C\\ \boldsymbol{i}_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\mathcal{Y} & \mathcal{H}\\ -\mathcal{H}^{t} & -\mathcal{Z}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathcal{C}^{-1} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \mathcal{L}^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{q}_C\\ \boldsymbol{\Phi}_L\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{q}_C\\ \boldsymbol{\Phi}_L\end{bmatrix} \tag{88}$$

azaz

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \qquad \boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{q}_C\\ \boldsymbol{\Phi}_L\end{bmatrix} \tag{89}$$

A változás (37)-hez képest mindössze az, hogy a mátrixok szorzását fordított sorrendben kell elvégezni. Az állapotegyenlet második tagjában (86)-hoz képest annyi a változás, hogy az első szorzómátrix elmarad. Természetesen négypólusú elemek esetén a már ismertetett változtatások $\boldsymbol{A}$-nál is és $\boldsymbol{B}$-nél is értelemszerűen elvégzendők.

A fentiek alapján látható, hogy az időben változó hálózatok analízisénél a megoldandó egyenletrendszer felírása pontosan annyi munkát jelent, mint az invariáns esetben. Különbség mindössze az egyenletrendszer megoldásánál van, amelyet viszont minden olyan esetben, amikor az állapotváltozós analízist a klasszikus módszerekkel szemben előnyben akarjuk részesíteni, számítógéppel kell elvégeznünk.

7. Nemlineáris hálózatok analízise

Az állapotváltozók segítségével a nemlineáris hálózatok analízise is visszavezethető elsőrendű differenciál egyenletrendszer megoldására. Az egyenletrendszer normál alakja

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w},t) \tag{90}$$

ahol $\boldsymbol{f}$ nemlineáris függvénykapcsolatot jelent. Ha $\boldsymbol{f}$ kielégíti $\boldsymbol{x}$ egy adott tartományában a nemlineáris függvényekre vonatkozó Lipschitz-feltételt, akkor bármilyen $\boldsymbol{w}(t)$ gerjesztés és $\boldsymbol{x}_0=\boldsymbol{x}(t_0)$ kezdeti feltétel mellett egyértelmű megoldás létezik $\boldsymbol{x}(t)$-re az adott tartományban. A megoldás problematikájával itt most nem foglalkozunk.

A normál forma felírását nem az általános esetre végezzük el, hanem csak — mintegy példaként a módszer bemutatására — olyan *RLC* hálózatokra, melyeknél biztosan létezik. Az egzisztencia-kritériumok megfogalmazásánál az irodalomra utalunk [9].

A hálózat normál fáját a 3. fejezetben elmondottak alapján vesszük fel, azzal a megkötéssel, hogy a kötőági ellenállások által definiált alaphurkokban faági vezetések ne szerepeljenek. Így a hálózat topológiáját most is a (16), (17), (18) összefüggések írják le, de a fenti megkötés miatt

$$\boldsymbol{F}_{RG}=\boldsymbol{0} \tag{91}$$

A kapacitásokat feszültségvezérelteknek tételezzük fel, vagyis

$$q_i=q_i(v_i) \tag{92}$$

ahol q_i egyértékű és differenciálható függvény. (92) alapján a kapacitás áram-feszültség összefüggése

$$i_i=\frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}q_i}{\mathrm{d}v_i}\frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t}=C_i(v_i)\frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t} \tag{93}$$

tehát a kapacitív részhálózatra

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{i}_S\\ \boldsymbol{i}_C\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{C}_2\end{bmatrix}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_S\\ \boldsymbol{v}_C\end{bmatrix} \tag{94}$$

($\boldsymbol{C}_1$ és $\boldsymbol{C}_2$ nemlineáris diagonál-mátrixok.)

Az induktivitások legyenek áramvezéreltek, azaz

$$\Phi_k=\Phi_k(i_1,\ i_2,\ i_3,\ \ldots,\ i_n)\qquad k=1,\ 2,\ \ldots n,\tag{95}$$

ahol Φ_k egyértékű, és létezik bármely változója szerinti parciális deriváltja. Így az induktivitás feszültsége

$$v_k=\frac{d\Phi_k}{dt}=\sum_l\frac{\partial\Phi_k}{\partial i_l}\cdot\frac{di_L}{dt}=\sum_l L_{kl}\frac{di_l}{dt}$$

$$k,\ l=1,\ \ldots,\ n\tag{96}$$

és ezzel az induktív részhálózat áram-feszültség kapcsolata

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_L\\ \boldsymbol{v}_\Gamma\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_{11} & \boldsymbol{L}_{12}\\ \boldsymbol{L}_{21} & \boldsymbol{L}_{22}\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\boldsymbol{i}_L\\ \boldsymbol{i}_\Gamma\end{bmatrix}\tag{97}$$

ahol a nemlineáris induktivitás mátrix szimmetrikus.

A nemlineáris ellenállásokat a kötőági és faági felosztás alapján

$$\boldsymbol{i}_R=\boldsymbol{f}_R(\boldsymbol{v}_R),\qquad \boldsymbol{v}_G=\boldsymbol{f}_G(\boldsymbol{i}_G)\tag{98}$$

összefüggésekkel vesszük figyelembe.

A differenciálegyenlet normál formájához (18), (94), (97) és (98) összevonásából a nem-állapotváltozók eliminálásával juthatunk el. (91) figyelembevételével (18*b*)- és (18*e*)-t (98)-ba helyettesítve, a lineáris esethez hasonlóan írhatjuk:

$$\mathcal{C}\frac{d}{dt}\boldsymbol{v}_C=\boldsymbol{F}^t_{RC}\boldsymbol{f}_R(-\boldsymbol{F}_{RC}\boldsymbol{v}_C+\boldsymbol{e}_R)+\boldsymbol{F}^t_{LC}\boldsymbol{i}_L+\boldsymbol{j}_C+$$

$$+\boldsymbol{F}^t_{SC}\boldsymbol{C}_1\frac{d}{dt}\boldsymbol{e}_S\tag{99a}$$

$$\mathcal{L}\frac{d}{dt}\boldsymbol{i}_L=-\boldsymbol{F}_{LG}\boldsymbol{f}_G(\boldsymbol{F}^t_{LG}\boldsymbol{i}_L+\boldsymbol{j}_G)-\boldsymbol{F}_{LC}\boldsymbol{v}_C+\boldsymbol{e}_L-$$

$$-(\boldsymbol{L}_{12}+\boldsymbol{F}_{L\Gamma}\boldsymbol{L}_{22})\frac{d}{dt}\boldsymbol{j}_\Gamma\tag{99b}$$

ahol $\mathcal{C}$ és $\mathcal{L}$ definíciója és értelmezése szintén ugyanaz, mint a lineáris esetben, de most $\boldsymbol{v}_C$, ill. $\boldsymbol{i}_L$ nemlineáris függvénye. Amennyiben mindkettőnek létezik az inverze, azaz pozitív definitek egy tartományban, a normál forma létezik. (A pozitív definit jelleg a kapacitásokra és induktivitásokra tett megkötésekből általában következik.)

Négypólusú elemek esetén szintén meghatározható a differenciálegyenlet normál formája, ha a „rezisztív" részhálózat áram-feszültség kapcsolata (98) helyett

$$\boldsymbol{i}_R=\boldsymbol{f}_R(\boldsymbol{v}_R,\ \boldsymbol{i}_G)\tag{100a}$$

$$\boldsymbol{v}_G=\boldsymbol{f}_G(\boldsymbol{v}_R,\ \boldsymbol{i}_G)\tag{100b}$$

alakban adható meg ($\boldsymbol{f}_R$ és $\boldsymbol{f}_G$ egyértékű függvénykapcsolatok). Ez esetben viszont a változók eliminálása csak nemlineáris egyenletrendszer megoldásával végezhető el, így a normál formát explicit alakban előre nem adhatjuk meg.

Ha a

$$\boldsymbol{q}=\boldsymbol{f}_C(\boldsymbol{v}_C),\qquad \boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{f}_L(\boldsymbol{i}_L)\tag{101}$$

összefüggésekkel új állapotváltozókat vezetünk be, úgy, hogy

$$\frac{d\boldsymbol{f}_C}{d\boldsymbol{v}_C}=\mathcal{C}(\boldsymbol{v}_C),\qquad \frac{d\boldsymbol{f}_L}{d\boldsymbol{i}_L}=\mathcal{L}(\boldsymbol{i}_L)\tag{102}$$

a nemlineáris állapotegyenlet normál formája (99) helyett

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{q}=\boldsymbol{F}^t_{RC}\boldsymbol{f}_R\{-\boldsymbol{F}_{RC}\boldsymbol{f}_C^{-1}(\boldsymbol{q})+\boldsymbol{e}_R\}+\boldsymbol{F}^t_{LC}\boldsymbol{f}_L^{-1}(\boldsymbol{\Phi})+\boldsymbol{j}_C+$$

$$+\boldsymbol{F}^t_{SC}\boldsymbol{C}_1\frac{d}{dt}\boldsymbol{e}_S\tag{103a}$$

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{\Phi}=-\boldsymbol{F}_{LG}\boldsymbol{f}_G\{\boldsymbol{F}^t_{LG}\boldsymbol{f}_L^{-1}(\boldsymbol{\Phi})+\boldsymbol{j}_G\}-\boldsymbol{F}_{LC}\boldsymbol{f}_C^{-1}(\boldsymbol{q})+\boldsymbol{e}_L-$$

$$-(\boldsymbol{L}_{12}+\boldsymbol{F}_{L\Gamma}\boldsymbol{L}_{22})\frac{d}{dt}\boldsymbol{j}_\Gamma\tag{103b}$$

ahol $\boldsymbol{C}_1$ most $\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{L}_{12}$ és $\boldsymbol{L}_{22}$ pedig $\boldsymbol{\Phi}$ függvényeként adandó meg.

Mint a normál formákra megadott (99) és (103) összefüggések mutatják, az állapotváltozók alkalmazása a nemlineáris hálózatok analízisénél azzal a nagy előnnyel jár, hogy a normál fa felvételével minden áramköri elemről eldönthető, nemlinearitásukat melyik változóra kifejezve kell figyelembe venni ahhoz, hogy a megoldandó differenciál-egyenletrendszer a legegyszerűbben legyen felírható.

Példa

Tekintsük a 8*a* ábra hálózatát. A hálózatgráf a 8*b* ábrán látható, ugyanott feltüntettük a normál fát is (itt csak ez az egy lehetséges választás van). A normál fa alapján az egyes elemeket a következő formában kell figyelembe venni:

$$\frac{dq_{C1}}{dv_{C1}}=C_1(v_{C1})\quad \frac{dq_{C2}}{dv_{C2}}=C_2(v_{C2})\quad \frac{d\Phi_L}{di_L}=L(i_L)\tag{104a}$$

$$i_{R2}=f_{R2}(v_{R2})\qquad v_{G1}=f_{G1}(i_{G1})\tag{104b}$$

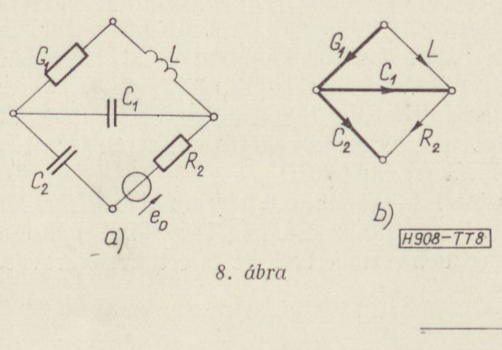
A normál fához tartozó hurokmátrix (az ágak irányítását önkényesen vettük fel)

$$\boldsymbol{B}_h=\begin{array}{c}\begin{bmatrix}1 & 0 & \vdots & 1 & -1 & \vdots & 0\\ 0 & 1 & \vdots & -1 & 0 & \vdots & -1\end{bmatrix}\begin{array}{l}R_2\\ L\end{array}\\ \begin{array}{ccccc}R_2 & L & C_1 & C_2 & G_1\end{array}\end{array}\tag{105}$$

amiből

$$\boldsymbol{F}_{SC}=\boldsymbol{F}_{RG}=\boldsymbol{F}_{L\Gamma}=\boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{F}_{RC}=[1\ \ -1]\quad \boldsymbol{F}_{LC}=[-1\ \ 0]\quad \boldsymbol{F}_{LG}=[-1]\tag{106}$$



8. ábra

(104)- és (106)-ot behelyettesítve (99)-be, az állapotegyenlet normál formája

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1(v_{C1})} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2(v_{C2})} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} f_{R2}\left(-[1 \;\; -1] \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + e_0\right) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} i_L \right\}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_L = \frac{1}{L(i_L)} \left\{ f_{G1}(-i_L) - [-1 \;\; 0] \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} \right\} \quad (107)$$

vagy skalár formában, az egyértelmű argumentumokat elhagyva

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_{C1} = \frac{1}{C_1} \{ f_{R2}(-v_{C1} + v_{C2} + e_0) - i_L \}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_{C2} = \frac{-1}{C_2} f_{R2}(-v_{C1} + v_{C2} + e_0) \quad (108)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_L = \frac{1}{L} \{ f_{G1}(-i_L) + v_{C1} \}$$

Hasonló módon meg lehet adni a töltésekre és fluxusokra vonatkozó állapotegyenleteket is. (101), (104) és (106) alapján (103)-ból írható:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} q_{C1} \\ q_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} f_{R2} \{ -f_{C1}(q_{C1}) + f_{C2}(q_{C2}) + e_0 \} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} f_L(\Phi_L) \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \Phi_L = f_{G1}\{ -f_L(\Phi_L) \} + f_{C1}(q_{C1}) \quad (109)$$

8. Összefoglalás

A dolgozat fő céljaként azt tekintettük, hogy egy összefoglaló képet nyújtson az állapotváltozós hálózatanalízisről. Éppen ezért nem foglalkoztunk részletesen a bemutatott módszerek alkalmazhatósági lehetőségeinek precíz tárgyalásával, valamint az állapotegyenletek megoldási technikájával.

Az állapotváltozók használata az automatikában már régebben elterjedt, a visszacsatolt szabályozó rendszereknél ma is elterjedten használják [10]. A hálózatelmélet keretein túl, az állapotváltozók alkalmazása a rendszerelméletben is egyre inkább tért hódít [11, 12, 17].

Az állapotváltozós analízis jól használható a hálózatok érzékenységének [13] és stabilitásának [14, 15] vizsgálatára. Újabban egyre több publikáció jelenik meg az állapotváltozókkal kapcsolatban a hálózatszintézis témakörében is [12, 16].

Megállapíthatjuk tehát, hogy az állapotváltozók bevezetése a hálózatelméleti módszerek jelentős gazdagodását eredményezi.

Ezúton is köszönetemet fejezem ki *dr. Géher Károly*, *dr. Solymosi János* és *Kiss Dénes* kollégáimnak az igen hasznos eszmecserékért és értékes észrevételeikért.

9. Függelék

A hálózat struktúrájának leírása gráfokkal

Általában *gráfnak* nevezzük csomópontok és ágak (élek) olyan halmazát, ahol az élek végpontjai csak csomópontok lehetnek. Ha a gráf éleinek irányítást tulajdonítunk, *irányított gráfról* beszélünk. A *gráf összefüggő*, ha tetszőleges csomópontjából bármely más csomópontjába gráfélek mentén eljuthatunk. A gráf *részgráfja* bizonyos számú él és csomópont elhagyásával keletkező gráf. Speciális részgráf maga az eredeti gráf is, és egyetlen csomópontja is.

Útnak nevezzük a gráf azon részgráfját, mely egyik csomópontjából (végpont) kiindulva élek mentén bejárható úgy, hogy minden élet és csomópontot egyszer és csak egyszer érintve a másik végpontba jutunk. Az út éleinek száma egyel kevesebb a csomópontok számánál.

A *gráf hurokja* egy zárt út, melynek két végpontja egybeesik. A hurokban a csomópontok és az élek száma megegyezik. Irányított gráf esetén a hurok irányításán a hurok körüljárási irányát értjük, mely egy tetszés szerint kiválasztott élének irányításával egyezik meg.

Fának nevezzük az összefüggő gráf részgráfját, ha tartalmazza az eredeti gráf összes csomópontjá, összefüggő és hurokmentes. Belátható, hogy egy n csomóponttal rendelkező gráf bármely fája $(n-1)$ élet tartalmaz [1], továbbá, hogy a fában bármely két csomópont között egy és csakis egy út létezik. A gráf azon éleit, amelyek a fában szerepelnek, faágaknak, amelyek a fában nem szerepelnek, *kötőéleknek* (kötőág) nevezzük.

A *vágat* a gráf éleiből álló olyan részgráf, hogy ha azokat eltávolítjuk, a gráf két, egyenként összefüggő részgráfra esik szét, de bármelyiket is visszahelyezve, a gráf összefüggő marad. Ha a visszamaradó két részgráf közül az egyik egyetlen csomópont, *csúcsvágatról* beszélünk. A vágat irányítása a vágat által kijelölt két részgráf közötti „átmenet" iránya, melyet valamelyik kiválasztott élének irányítása határoz meg.

Egy hálózat gráfja (hálózatgráf) a hálózat csomópontjaiból (mint gráfcsomópontok) és a hálózat ágaiból (mint gráfélek) áll. A hálózatgráf irányított, éleinek irányítása megegyezik a megfelelő ágra felvett azonos áram és feszültség mérőiránnyal. A fenti értelmezésből következik, hogy hálózatokkal kapcsolatban elegendő összefüggő gráfokra szorítkozni.

A hálózatgráfot az *incidencia* (csúcs) *mátrixával* adhatjuk meg:

$$\boldsymbol{A}_i = \{a_{jk}\},$$

ahol $a_{jk} = +1$, -1 vagy 0 aszerint, hogy a k-adik élnek a j-edik csomópont kezdőpontja, végpontja vagy sem nem kezdő, sem nem végpontja (nincsenek kapcsolatban, nem „érintkeznek"). Belátható, hogy $\boldsymbol{A}_i$ sorvektorainak összege nulla. Nemszinguláris, ún. redukált $\boldsymbol{A}_i$ mátrixot kapunk, ha egy tetszőleges csomópontnak (referencia-pont, földpont) megfelelő sort elhagyunk. Általában incidencia mátrixon a redukált $\boldsymbol{A}_i$ mátrixot értjük.

A *gráf független hurokrendszere* olyan hurkok halmaza, melyek lineárkombinációiból az összes többi hurok előállítható. Belátható, hogy minden fa generál egy független hurokrendszert, ha szokat a hurkokat tekintjük, melyek csak egyetlen kötőélt tartalmaznak és a többi élük faág. Az így definiált hurok irányítása a generáló kötőág irányításával egyezik meg. Egy fához tartozó ún. *fundamentál* (alap) *hurokrendszer* a *hurokmátrixszal* adható meg:

$$\boldsymbol{B}_h=\{b_{ij}\},$$

ahol $b_{ij}=+1$, -1 vagy 0 aszerint, hogy az i-edik kötőél által generált hurokban a j-edik él azonos vagy ellentétes irányítással szerepel, ill. nem szerepel. Minden független hurokrendszer hurokmátrixának sorvektorai lineárisan függetlenek. Ha az élek sorszámozásánál a kötőéleket vesszük előre (számuk k), a hurokmátrix a következőképpen particionálható:

$$\boldsymbol{B}_h=\{\boldsymbol{E}_k\ \boldsymbol{F}\},$$

ami megfelel annak, hogy minden kötőél csak az általa generált hurokban szerepel (természetesen azonos irányítással). E_k k-adrendű egységmátrix.

Hasonló módon definiálható egy *gráf független vágatrendszere* is. Ilyen például bármelyik, $n-1$ csomóponthoz tartozó csúcsvágatok összessége. Független vágatrendszert kaphatunk a gráf tetszőleges fája segítségével is, ha azokat a vágatokat tekintjük, melyek csak egyetlen faágat tartalmaznak, többi élük kötőél. A vágat irányítása a generáló faág irányításával egyezik meg. Az így nyert vágatredszerhez tartozó *fundamentál* (alap) *vágatmátrix*

$$\boldsymbol{Q}=\{q_{ij}\},$$

ahol $q_{ij}=+1$, -1 vagy 0 aszerint, hogy az i-edik faág által generált vágatban a j-edik ág azonos vagy ellentétes irányítással szerepel, vagy nem szerepel. Ha az ágakat a hurokmátrix felbontásánál elmondott módon sorszámozzuk, a vágatmátrix is particionálható

$$\boldsymbol{Q}=[\boldsymbol{G}\ \boldsymbol{E}_{n-1}]$$

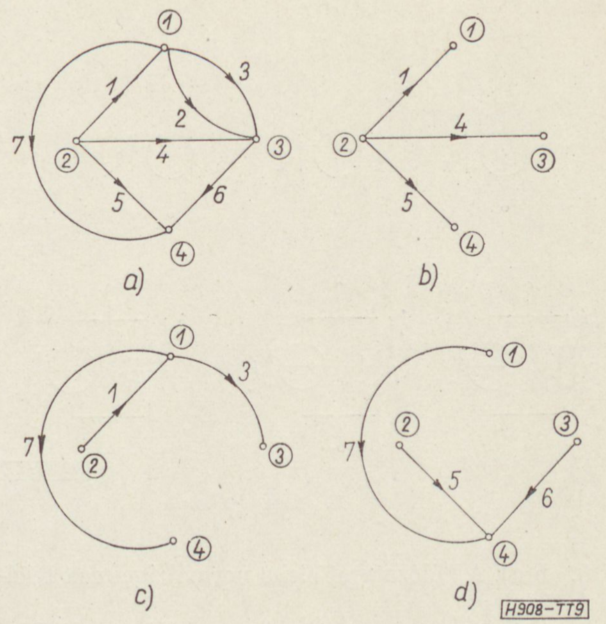
alakban, mivel minden faág csak az általa generált vágatban szerepel. $\boldsymbol{E}_{n-1}$ $(n-1)$-ed rendű egységmátrix.

$\boldsymbol{B}_h$ és $\boldsymbol{Q}$ felbontásában szereplő $\boldsymbol{F}$ és $\boldsymbol{G}$ mátrixok között szoros kapcsolat van. Az alaphurok és alapvágat definíciójából következik, hogy az i-edik hurok és a j-edik vágat két közös éllel rendelkezik (ha egyáltalán van közös élük): az egyik a hurkot generáló i-edik kötőág, a másik a vágatot generáló j-edik faág. A kötőágnak megfelelő elem $\boldsymbol{Q}$ első részében g_{ji}, a faágnak megfelelő elem B_h második részében f_{ij}. A két kiszemelt ág egymáshoz viszonyított irányítása a hurokban és a vágatban nézve ellentétes, és mivel mindegyik a megfelelő egységmátrixban $+1$-ként szerepel, következik, hogy

$$g_{ji}=-f_{ij},\quad \text{ill. } \boldsymbol{G}=-\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}$$

vagyis

$$\boldsymbol{Q}=[-\boldsymbol{F}^{\mathrm{t}}\ \boldsymbol{E}]$$



9. ábra

Az elmondottak illusztrálására tekintsük a 9. ábrán látható hálózatgráfot (az tartozhat pl. egy kidkapcsoláshoz). A *b*, *c* és *d* ábrákon feltüntettünk néhány fát. A gráf (redukált) incidencia mátrixa pl. a 4-es csomópont elhagyásával

$$\begin{array}{cl} \boldsymbol{A}_i=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{l}1.\\ 2.\ \text{csomópontok}\\ 3.\end{array}\\ \quad\ \ \text{1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.} & \\ \text{ágak} & \end{array}$$

A *d* ábrán látható fához tartozó (alap) hurok- és vágatmátrix

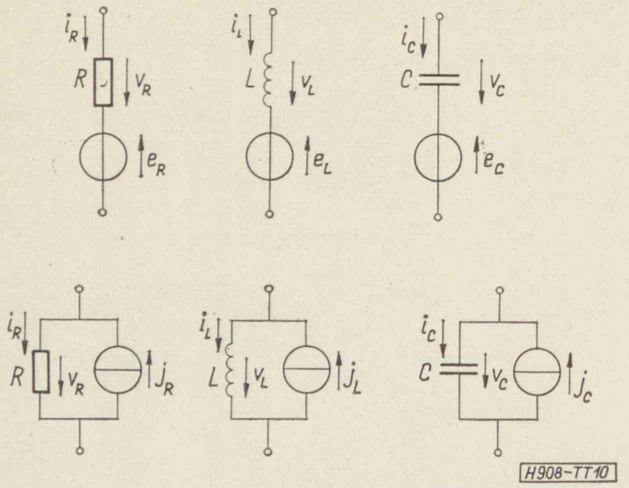
$$\begin{array}{cl} \boldsymbol{B}_h=\left[\begin{array}{cccc:ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right] & \begin{array}{l}1.\\ 2.\ \text{hurkok}\\ 3.\\ 4.\end{array}\\ \quad\ \ \text{1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.} & \\ \text{ágak} & \end{array}$$

illetve

$$\begin{array}{cl} \boldsymbol{Q}=\left[\begin{array}{cccc:ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] & \begin{array}{l}1.\\ 2.\ \text{vágatok}\\ 3.\end{array}\\ \quad\ \ \text{1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.} & \\ \text{ágak} & \end{array}$$

Elektromos szempontból a hálózat topológiáját az áramköri elemek típusától független érvényű Kirchhoff-egyenletek írják le. Mivel a hálózatgráf $\boldsymbol{A}_i$, $\boldsymbol{B}_h$, és $\boldsymbol{Q}$ mátrixai egyértelműen jellemzik és adják meg a hálózat struktúráját, lehetőség nyílik a Kirchhoff-törvények ezen mátrixok segítségével történő felírására.

A hálózatgráf felrajzolásakor a gerjesztéseket (független generátorokat) nem tekintjük külön ágnak



10. ábra

(10. ábra). A hálózatgráf élei a normál ágaknak felelnek meg.

Kirchhoff csomóponti törvénye a hálózatgráf alapján:

$$A_i \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j}$$

alakban adható meg, ahol $\boldsymbol{i}$ az áramköri elemek áramaiból képzett oszlopvektor, j_k pedig a k-adik csomópontba befutó forrásáramok algebrai összege. Kirchhoff feszültségtörvénye a gráf tetszőleges fájához tartozó (fundamentál) hurokrendszerre

$$\boldsymbol{B}_h \boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}$$

egyenlettel adható meg, ahol $\boldsymbol{v}$ a v_i elemfeszültségek oszlopvektora, e_i pedig az i-edik kötőág által generált hurokba kapcsolt feszültséggenerátorok eredő feszültsége.

Kirchhoff áram törvényét a hálózatgráf alapján másként is megfogalmazhatjuk. Nyilvánvaló, hogy bármely vágat éleihez tartozó ágáramok algebrai öszszege nulla, így a csomóponti törvény helyett a „vágat-törvényt" alkalmazva, egy fundamentál vágatrendszerre

$$\boldsymbol{Q} \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j}$$

ahol $\boldsymbol{i}$ az ágáramok vektora, j_k pedig a k-adik faág által generált vágatban szereplő áramgenerátorok eredő árama.

Ha a $\boldsymbol{B}_h$ és $\boldsymbol{Q}$ mátrixokat meghatározó fát úgy vesszük fel, hogy faágakban csak párhuzamos áramgenerátorok, kötőágakban csak soros feszültséggenerátorok szerepeljenek, e_i a generáló kötőágban levő forrásfeszültség, j_k pedig a generáló faágban levő forrásáram lesz.

IRODALOM

1. *S. Seshu–M. B. Reed:* Linear Graphs and Electrical Networks. Reading, Mass.: Addison–Wesley, 1961.
2. *C. A. Desoer–E. S. Kuh:* Basic Circuit Theory. New York: McGraw–Hill, 1967.
3. *T. R. Bashkow:* The A Matrix, New Network Description. IRE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-4, Sep 1957, pp 117–120.
4. *P. R. Bryant:* The Explicit Form of Bashkow's A Matrix. IRE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-9, Sep 1962, pp 303–306.
5. *A. Dervisoglu:* Bashkow's A Matrix for Active RLC Networks. IEEE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-11, Sep 1964, pp 404–406.
6. *E. S. Kuh–R. A. Rohrer:* The State-Variable Approach to Network Analysis. Proc. IEEE, vol. 53, Jul. 1965, pp 672–686.
7. *C. Pottle:* Comprehensive Active Network Analysis by Digital Computer — A State Space Approach. Proc Third Annual Allerton Conference on Circuit and System Theory, 1965.
8. *L. de Pian:* Analysing Networks with State Variables. Electronics, Dec. 26, 1966, pp 63–70.
9. *C. A. Desoer–J. Katzenelson:* Nonlinear RLC Networks. Bell System Technical Journal, vol. 44, Jan. 1965, pp 161–198.
10. *J Tou:* Modern Control Theory. New York: McGraw–Hill, 1964.
11. *L. A. Zadeh–C. A. Desoer:* Linear System Theory — The State Space Approach. New York: McGraw–Hill, 1963.
12. *R. E. Kalman:* On a New Characterization of Linear Dynamic Systems. Proc. First Annual Allerton Conference on Circuit and System Theory, 1963.
13. *Kiss D.:* Elemérzékenységek meghatározása differenciálás nélkül, az állapotváltozós analízis segítségével. Híradástechnika, XVIII. évf. 11. sz., 1967 nov., 333–339 old.
14. *E. S. Kuh:* Stability of Linear Time-Varying Networks — The State Space Approach. IEEE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-12, Jun. 1965.
15. *R. E. Kalman:* Mathematical Description of Linear Dynamic Systems. Jour. Soc. Indust. Appl. Math., Ser. A, vol. 1, 1963, pp 152–192.
16. *B. D. O. Anderson–R. W. Newcomb–R. E. Kalman–D. C. Youla:* Equivalence of Linear Time-Invariant Dynamical Systems. Jour. of the Franklin Institute, vol. 281, No. 5, May 1966.
17. *F. M. Patterson–D. M. Levy:* An Example of State-Variable Analysis from Physiology and Medicine. IEEE Trans. on Education, vol. E-10, Jun 1967, pp 100–102.

DR. KEMÉNY ÁDÁM

Félvezető egyenirányítók élettartamvizsgálata energiatakarékos szintetikus áramkörökkel

ETO 621.314.63.001.4

1. A szokásos egyenirányító vizsgálókapcsolások energiaigénye

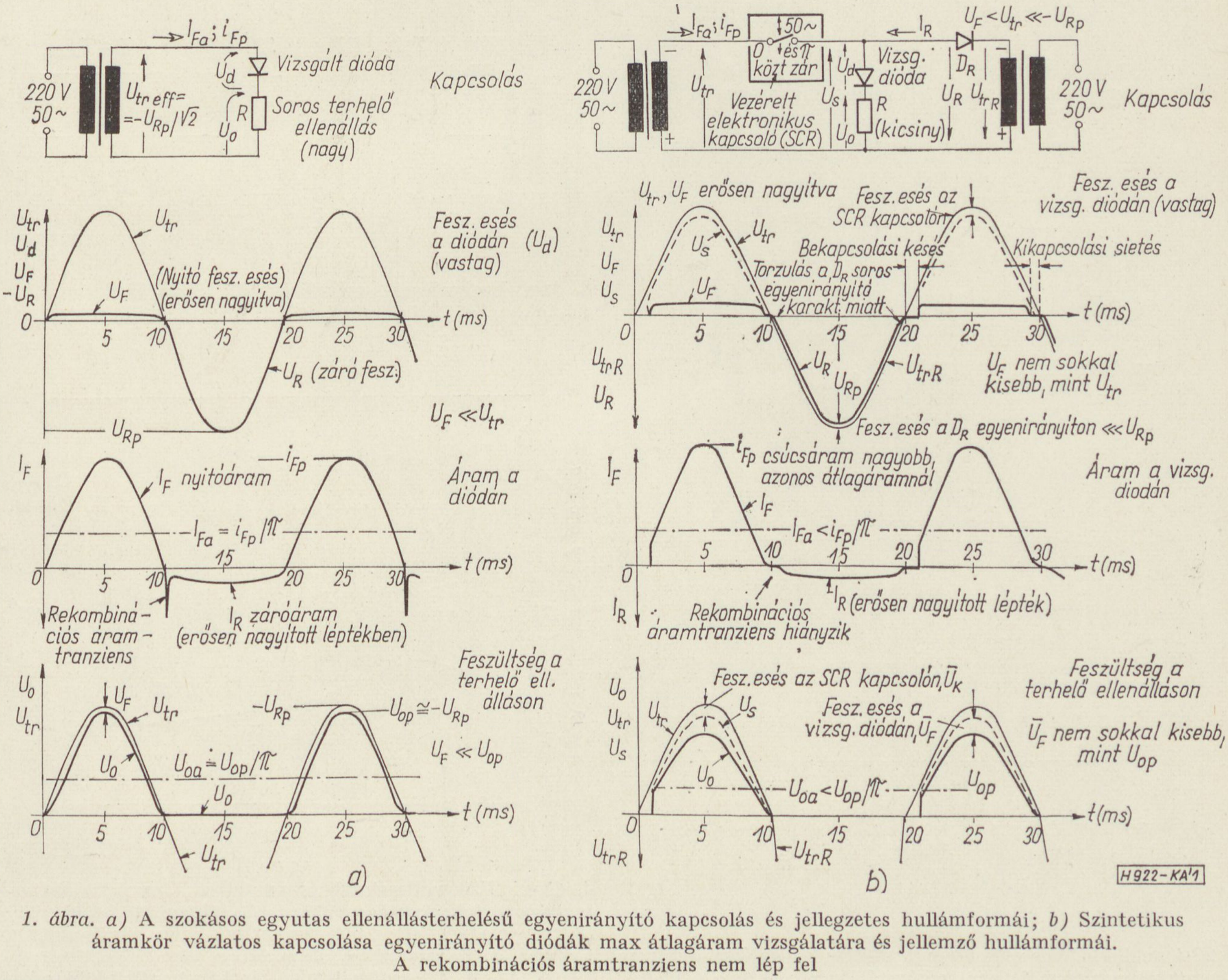
Az 1*a* ábra ellenállás-terhelésű egyenirányító kapcsolásában ahhoz, hogy U_{Rp} csúcs-zárófeszültség lépjen fel, ugyanilyen csúcsértékű feszültséget szolgáltató transzformátor-szekunder szükséges. Nyitóirányban így az R terhelőellenálláson hatalmas teljesítményveszteség lép fel, amely

$$P_L = \frac{U_{Rp}^2}{2\pi R}\int_0^{\pi} \sin^2\omega t \, d(\omega t) = \frac{U_{Rp}^2}{4R} = \frac{\pi}{4} I_{Fa} U_{Rp} \qquad (1)$$

átlagértékű, ahol $I_{Fa} = I_{Fp}/\pi$ a teljes periódusidőre átlagolt nyitóáram, és I_{Fp} a csúcsáram-amplitúdó [6]. Így *egyetlen* dióda élettartamvizsgálatánál kb. 2 kW veszteségi teljesítmény lép fel, ha $I_{Fa} = 3$ A és $U_{Rp} = 800$ V. Hasonló a helyzet a 2*a* ábra kapacitív terhelésű egyenirányító-kapcsolásában, ahol a nyitóáram 2Θ folyási szögű rövid impulzusok formájában folyik I_{Fp} csúcsáramamplitúdóval. Itt a teljesítményveszteség közelítőleg

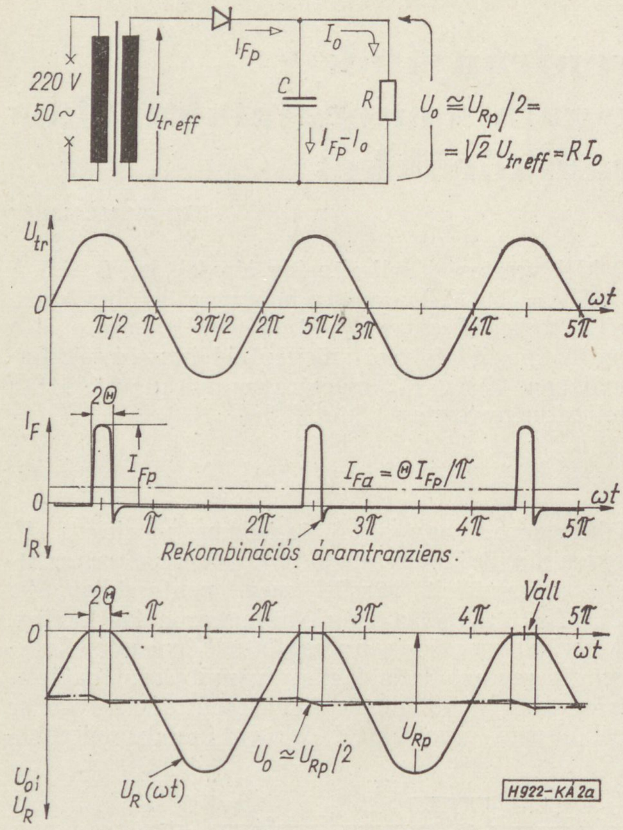
$$P_L \cong U_0 I_0 = (\Theta/2\pi) I_{Fp} U_{Rp} \qquad (2)$$

feltételezve, hogy az R terhelésen megjelenő U_0 egyenirányított feszültség a transzformátorfeszültség csúcsértékét közelíti meg, pontosabban, ha $U_0 = U_{Rp}/2$; tehát a terhelőáram viszonylag kicsiny. A periodikus csúcsáramvizsgálatnál éppen ez a helyzet, hiszen az adatlapi effektív nyitóáram határértéket a vizsgált dióda túlmelegedésének veszélye nélkül nem léphetjük túl, és rövid impulzusok effek-

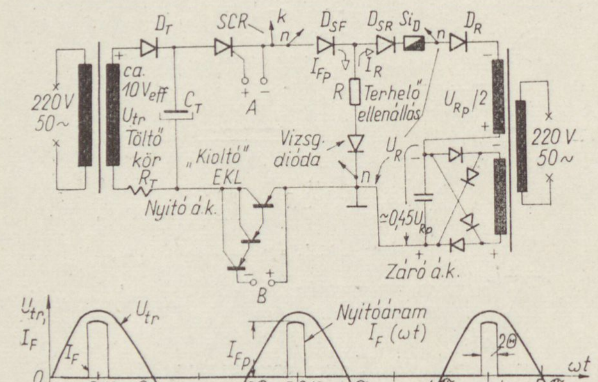


1. ábra. a) A szokásos egyutas ellenállásterhelésű egyenirányító kapcsolás és jellegzetes hullámformái; *b)* Szintetikus áramkör vázlatos kapcsolása egyenirányító diódák max átlagáram vizsgálatára és jellemző hullámformái. A rekombinációs áramtranziens nem lép fel

Beérkezett: 1968. augusztus 3-án.



2a ábra. A szokásos egyutas, kondenzátoros bemenetű egyenirányító kapcsolás és jellegzetes hullámformái

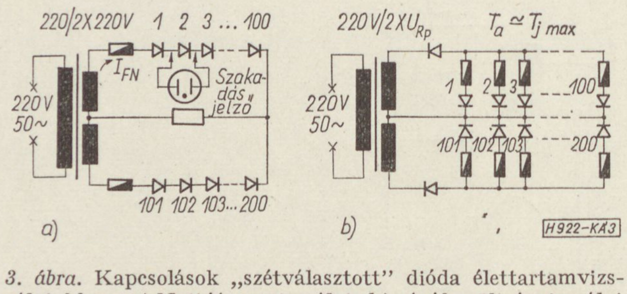


2b ábra. Periodikus csúcsáramvizsgálatra szolgáló szintetikus áramkör egy formája emitterkövető láncot alkalmazó kioltó áramkörrel, és jellegzetes hullámformái

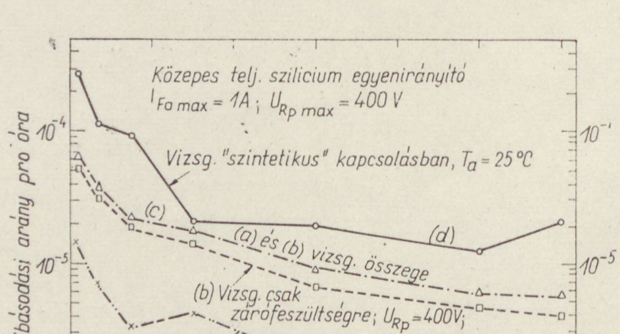
tív értéke az átlagértékhez viszonyítva nagyon nagy. Ezen feltételt csak a 2Θ folyásszög, ill. a Θ/π kitöltési tényező kis értéken tartásával tudjuk megvalósítani, pl. $\Theta/\pi \cong 0{,}003 \div 0{,}15$ értékválasztással, amely gyakorlati szilíciumdiódák esetében jellemző érték. Kis kitöltési tényező esetén pedig mind az $I_{Fa} = (\Theta/\pi)I_{Fp}$ átlagáram, mind az effektív áram kicsi. Mivel a szokásos diódáknál az $I_{Fp\,\max}/I_{Fa\,\max}$ arány értéke kb. $5 \div 10$, a teljesítményveszteség $1 \div 3$ A-es tv szilícium-egyenirányítóknál (2) szerint kb. $0{,}5 \div 3$ kW-ot tesz ki *vizsgálóhelyenként,* és ez óriási igény. — Ahogy azt az (1) és (2) összefüggések mutatják, az elektromos energiaigény egyenesen arányos U_{Rp}-vel, és így különösen jelentős a nagyfeszültségű szilícium típusoknál.

2. „Különválasztott" nyitóáram és zárófeszültség terheléses vizsgálatok

A nagy teljesítményigény problémájának egyik megoldásaként eljárhatunk úgy is, hogy ugyanabból a gyártásból vett mintát két egyenlő részre osztjuk és az egyik részt a 3*a* ábra szerinti vizsgálókapcsolásban csak félszinuszos *nyitóáram*-igénybevételnek vetjük alá (amelynél a fellépő zárófeszültség



3. ábra. Kapcsolások „szétválasztott" dióda élettartamvizsgálatokhoz. *a)* Nyitóáramvizsgálat, *b)* zárófeszültségvizsgálat



4. ábra. „Különválasztott" és szintetikus áramköri élettartamvizsgálatok összehasonlítása. A hibásodási arány időfüggvénye az *a)* tisztán nyitóáramú, *b)* tisztán zárófeszültség, továbbá a *d)* szintetikus áramkörben végrehajtott vizsgálatnál. A két különválasztott *a)* és *b)* vizsgálat hibásodási arányainak összege *c)* is fel van tüntetve

$U_{Rp\,\max}$-hoz képest elhanyagolható), míg a másik részt $T_{j\ \max}$-hoz közelálló környezeti hőmérsékleten csak félszínuszos csúcs*záró*feszültséggel terheljük a 3*b* ábra vizsgálókapcsolásában. A szükséges villamos teljesítmény mindkét esetben elhanyagolható az (1) összefüggés szerintihez képest. Az így különválasztott két vizsgálat során nyert hibásodási arányokat összegezhetjük, és az így nyert megbízhatósági érték többé-kevésbé jellemző lesz az 1*a* ábra konvencionális, ill. az 1*b* ábra szintetikus vizsgálókapcsolásában nyerhető, a tényleges ohmos terhelésű egyenirányító üzemben adódó megbízhatóságra. Ez a korreláció mégis túl laza és a nyert eredmény általában túl optimisztikus, ahogy azt a 4. ábrából láthatjuk, ahol a „különválasztott" és a szintetikus kapcsolásban adódó hibásodási arány időfüggvényei vannak feltűntetve. Az eltérés egyik oka a vizsgált diódák R_T hőellenállásában mutatkozó szórás [1, 2], hiszen a konvencionális és szintetikus vizsgálókapcsolásokban adódó átmenet-hőmérséklet és így a romlási folyamatok sebessége az R_T hőellenállás függvénye:

$$T_j = T_a + (U_F I_{Feff}) R_T = T_a + \left(\frac{\pi}{2} I_{Fa} U_F\right) R_T. \quad (3)$$

A degradációt ezenkívül a hőgradiens is befolyásolja, amely a 3*b* ábra tisztán zárófeszültség igénybevételű vizsgálatánál *nem lép fel* hiszen a megemelt átmenet-hőmérsékletet a külső hőközlés okozza és nem a nyitóirányú elektromos teljesítményveszteség. Erősen struktúrahibás példányok, amelyek hőellenállása és nyitófeszültsége az átlagos értéknél nagyobb, túlmelegednek mind a szintetikus kapcsolásban, mind csak a nyitóáram terheléssel elvégzett vizsgálatok során. R_T és U_F szórása semmilyen hatással sincs a pusztán zárófeszültség terheléssel a 3*b* ábra szerint végzett vizsgálatra. Az eszköz túlmelegedése erősen növeli a hibásodást.

Másrészről a struktúrahibák akár az eszköz geometriájában (mint pl. az ötvözési, ill. diffúziós profilnál), akár a kontaktálási és felforrasztási hibák vagy a dióda nagy fajlagos ellenállású rétege vastagságának szórása (különösen *p-i-n* struktúrájú Si diódáknál), végül az erősen egyenetlen fajlagos ellenállás mind egyenlőtlen árameloszláshoz és „forró pontok" megjelenéséhez vezet a nyitóirányú igénybevételnél [1, 2]. Mivel a különválasztott zárófeszültséges terheléskor forró pontok a fenti okokból, tehát a nyitóáram folyásából eredően nem lépnek fel, azoknak nincs is szerepük a hibásodási mechanizmusban.

Ezzel szemben a nem különválasztott vizsgálatoknál a forró pontok megjelenésének erőteljes hatása van a záróirányú hibásodásra is, hiszen a forró pontokban erősen megnőtt hőmérséklet erősen növekvő záróáramhoz, és így nagy *helyi* záróirányú teljesítmény veszteséghez vezet; más szóval elektromos-termikus visszacsatolás (hőmegfutás) és a struktúrahibás példányok gyors tönkremenetele következik be. A nem különválasztott szintetikus módszerrel nyert eredmény így sokkal közelebb áll a valódi egyenirányító üzemmódban mutatkozó hibásodáshoz.

3. Konvencionális és szintetikus kapcsolások hullámformáinak összehasonlítása

A szintetikus kapcsolás elrendezését és jellegzetes hullámformáit az 1*b* ábra mutatja. A rövid bekapcsolási időkésés, akárcsak a nyitó- és zárófélperiódusok közti rövid szünet nincs hatással a hibásodásra, mivel ezek az időintervallumok sokkal rövidebbek, mint a dióda hőmérsékleti időállandója. A szintetikus kapcsolás nyitó- és zárófélperiódusai közti szünetidő egyetlen következménye a különben fellépő rekombinációs áramtranziens hiánya. E tranziens oka a dióda nagy fajlagos ellenállású („*i*") zónájában a nyitóáramfolyás végén maradó és kisebbségi töltéshordozókból álló töltés, amelynek nincs kellő ideje rekombinációval eltűnni, hiszen a nyitóáram csökkenésének sebessége a szinuszhullám nulla-átmeneténél a legnagyobb. Így a tárolt töltés egy maradék része a záró félperiódus elején rekombinálódik, mivel a sebesen növő zárófeszültség azt gyorsan „kihúzza". A tranziens áramamplitúdója arányos a nyitóárammal, a nagy rezisztivitású zóna köbtartalmával (szélességével) és a kisebbségi hordozók ottani élettartamával. Ez utóbbi a zárófeszültség növekedési sebességétől is függően a tranziens időtartamát is meghatározza. A szokásos *p-i-n* szilícium egyenirányítók esetében, néhány száz V zárófeszültség és néhány A átlagos nyitóáram esetében a kisebbségi hordozók élettartama és így a rekombinációs tranziens hossza néhány µs, az áramamplitúdó néhány mA nagyságrendű. A tranziens energiája és teljesítménye mégis nagyon kicsi, mivel az átlagos zárófeszültség a rövid impulzus alatt csekély. A tranziens teljes energiája néhányszor $10^{-11} \div 10^{-9}$ Ws-ig terjed, míg a csúcsteljesítmény tíztől néhány száz µW-ig. Így a teljes 20 ms periódusidőre átlagolt teljesítmény értéke mindössze $10^{-8} \div 10^{-6}$ W között mozog a geometriától, anyagállandóktól és zárófeszültségtől függően, ahogy ezeket egy közelítő számítás mutatja [6], a 2. Függelék szerint.

Hasonlítsuk össze ezt a nagyon kis tranziens teljesítményt a dióda nyitó- és záróirányú veszteségi teljesítményével [6]. Az előbbi:

$$P_{dF} = U_{Feff} I_{Feff} =$$

$$= \left\{ \left[\frac{U_F^2}{2\pi} \int_0^\pi d(\omega t) \right] \cdot \left[\frac{I_{Fp}^2}{2\pi} \int_0^\pi \sin^2 \omega t \, d(\omega t) \right] \right\}^{1/2} =$$

$$= \frac{I_{Fp} U_F}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi I_{Fa} U_F}{2\sqrt{2}}, \quad (4)$$

ahol U_F nyitófeszültség a nyitófélperiódus közel teljes tartama alatt állandónak vehető. Ekkor ugyanis a nyitóáramszint elég nagy, hiszen a diódaegyenlet értelmében U_F a nyitóáram/telítési áram hányados logaritmusával arányos. A nyitó félperiódusra így egy átlagos U_F=const. érték vehető fel, amely a szokásos szilícium diódáknál kb. $0{,}8 \div 1$ V. A nyitóirányú veszteség így az, $1 \div 3$ A-es Si egyenirányítóknál a (4) értelmében $1 \div 3$ W, és ez legalább 6 nagyságrenddel nagyobb, mint a rekombinációs tranziens átlagteljesítménye.

Hasonlóan (4)-hez, a záróirányú teljesítményveszteség:

$$P_{dR}=U_{Reff}I_{Reff}=\frac{U_{Rp}}{2}\left[\frac{1}{2\pi}\int\limits_{\pi}^{2\pi} I_R^2(\omega t)\mathrm{d}(\omega t)\right]^{1/2}\cong$$

$$\cong\frac{U_{Rp}\cdot I_{Reff}}{2}, \qquad (5)$$

ahol az I_R (ωt) időfüggvény alapvetően a félvezető felület típusától függ. Modern *p-i-n* szilícium egyenirányitóknál a leggyakrabban inverziós típusú felületet hoznak létre, és ezek záróáram-zárófeszültség karakterisztikája durván lineárisnak vehető, ha U_{Rp} még lényegesen kisebb. mint a lavinaletörési feszültség. Így I_R (ωt) szinuszosan változónak tekinthető és $I_{Reff}=I_{Rp}/2$, amellyel:

$$P_{dR}=\frac{U_{Rp}I_{Rp}}{4}. \qquad (6)$$

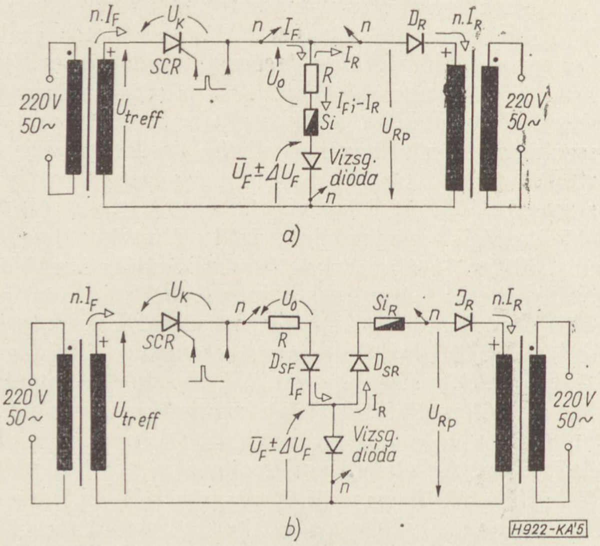
Hacsak a vizsgált dióda nincs erős hőmegfutásban, a legnagyobb megengedett átmenet-hőmérsékleten az $1\div3$ A-es szilícium egyenirányítók I_{Rp} értéke $0{,}1\div1$ mA-nek vehető. A záróirányú veszteségi teljesítmény így $15\div150$ mW-nak vehető $U_{Rp}=600$ V-nál a (6) szerint, és ez az érték legalább 4 nagyságrenddel haladja meg a rekombinációs tranziens teljesítményét.

Mindezekből arra következtethetünk, hogy a rekombinációs áramtranziens hiánya a legkisebb hatással sincs a romlási folyamatokra és a hibásodára. Mair [5] vizsgálatai is alátámasztották, hogy ugyanazon szilícium-dióda típus két csoportján konvencionális és szintetikus kapcsolásokban végzett élettartam-vizsgálatok eredményei nem mutatnak jelentős eltérést, és így a szintetikus kapcsolás egyenértékű.

4. Szintetikus áramkörök maximális átlagáramú tartósvizsgálathoz

Az 1*b* ábra szerinti szintetikus kapcsolások mechanikusan [3] vagy elektronikusan vezérelt szinkron kapcsolókat alkalmaznak a nyitó- és záróirányú tápáramkörök szétválasztására. A mechanikus (forgó, rezgő) kapcsolók megbízhatatlanok, míg a vezérelhető gáztöltésű egyenirányitóknál — mint a tirátron és az ignitron — túl nagy a nyitófeszültség (ív) esés [4], és így a hatásfok nem kielégítő. A célnak legjobban megfelelő kapcsolóeszköz a vezérelt szilícium egyenirányító vagy tirisztor, mivel nyitóirányú feszültségesése kisebb mint 1,3 V [5, 6].

Két elrendezést, amelyek csak a vizsgált diódák egyedi zárlatvédelmében különböznek, az 5. ábra mutat. A félszinuszos zárófeszültséget egy nagyfeszültségű transzformátorról nyerjük a D_R egyenirányító diódán át. Az SCR tirisztor ezt a zárófeszültséget elszigeteli a nyitóáramú körtől, amelyen az különben rövidrezáródna. A nyitó félperiódusban a tirisztor bekapcsolását a kapu-elektródájára adott rövid pozitív áramimpulzussal lehet létrehozni a



5. ábra. Szintetikus áramkörű kapcsolások a max. átlagáramú (ohmos terheléses) vizsgálatokhoz. A vizsgált diódák egyedi zárlatvédelme az azokkal soros és az effektív nyitóárammal „előfeszített" biztosítókkal történik *(a)*, vagy mindegyik vizsgált dióda nyitó- és záróáram útjai a D_{SF}, ill. D_{SR} diódákkal vannak különválasztva, utóbbival sorban a zárlatvédő biztosítóval *(b)*

félperiódus kezdetétől számított lehető legkisebb késéssel. A nyitóáram nem folyhat a zárófeszültség-transzformátor felé, mivel azon egy sokkal nagyobb ellenfeszültség van, és így a D_R dióda nem vezet.

Az 5*a* ábra szerinti kapcsolásban a zárlatvédő biztosító az egyes vizsgált diódákkal sorban van elhelyezve, ahol mind a nyitó-, mind a záróáram keresztülfolyik. A biztosítót így a nyitóáram $\pi I_{Fa}/2$ effektív értéke „feszíti elő" (amennyiben az áramfolyási szög egyenlő, vagy közel van 180°-hoz), és egy, az átlagáram kb. egyharmadát kitevő záróáram-növekmény a biztosítót már rövid idő alatt kiégeti. A jelentős hőmegfutás állapotát reprezentáló ilyen záróáram-emelkedés esetén az átmenet hőmérséklete még nem érheti el azt a meg nem engedhető értéket, amelyet az eszköz már rövid időre sem visel el az összeolvadás, ill. a közvetlen zárlat veszélye nélkül (ez pl. szilícium diódáknál 250 °C, míg germánium diódáknál 120 °C).

Ez a módszer csak 180°-ot megközelítő folyásszög esetén alkalmazható, míg rövid folyási szögeknél, ahol a nyitóáram effektív és átlagértékeinek aránya sokkal nagyobb, mint $\pi/2$, csak a sokkal költségesebb 5*b* ábra szerinti elrendezés megfelelő, ahol a nyitó- és záróáramok útja *minden egyes* vizsgált diódánál a D_{sF} és D_{sR} segéddiódákkal van szétválasztva. A nyitóirányban elhelyezett D_{sF} dióda legalább $5\div10$-szeres áramterhelhetőségű kell, hogy legyen, mint a vizsgált dióda, és zárófeszültségének is nagyobbnak kell lennie, hiszen különben ennek a segéddiódának élettartama összemérhető lenne a vizsgált diódáéval. A záróáramútban elhelyezett D_{sR} dióda olcsó germánium eszköz is lehet, mivel a rajta átfolyó záróáramot a soros biztosító kis értékre korlátozza. Ezen utóbbi módszer tetszés szerinti névértékű záróáram-biztosító alkalmazását engedi meg.

A nyitóáram-transzformátorfeszültség megválasztása kompromisszum a hatásfok és az elérhető legnagyobb áramfolyási szög között. A tirisztor csak akkor kapcsolható be, ha a transzformátorfeszültség pillanatnyi értéke meghaladja a tirisztor és a vizsgált dióda nyitófeszültség-eséseinek összegét. Így a bekapcsolási késést $\alpha=\pi-2\Theta$ radiánnal jelölve:

$$\sqrt{2}U_{tr\,eff}\cdot\sin\alpha\geqq U_{SCR}+U_F,$$

ahol U_{SCR} a tirisztor nyitófeszültségesése (kb. $1\div1{,}3$ V). Mivel a kis szögek szinusza közelítőleg az argumentummal egyenlő:

$$U_{tr\,eff}\geqq(U_{SCR}+U_F)/\sqrt{2}\alpha_{\max}=$$
$$=(U_{SCR}+U_F)/\sqrt{2}(\pi-2\Theta_{\min}),\qquad(7)$$

amely $U_{SCR}=1{,}2$ V és $U_F=0{,}8$ V, továbbá $\alpha=15°$ (0,13 radián) esetén kb. 10 V-ot ad, amely a szintetikus kapcsolásokra jellemző érték. Ilyen feltétellel, amikor a 2Θ folyási szög megközelíti a π radiánt, az R terhelőellenállás értéke közelítőleg

$$R=(\sqrt{2}U_{tr\,eff}-U_{SCR}-U_F)/\pi I_{Fa}.\qquad(8)$$

A teljesítményveszteség ezen a viszonylag kis ellenálláson, (1) analógjára

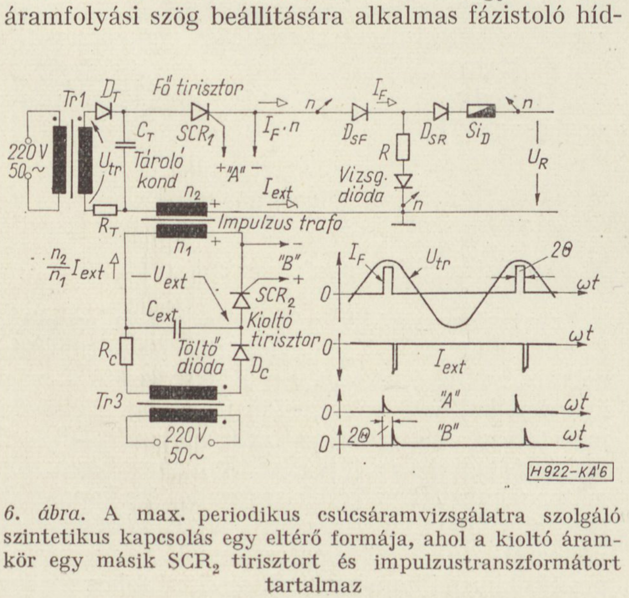
$$P_{L\,synt}=\frac{\pi}{4}I_{Fa}U_{0p}=\frac{\pi}{4}(\sqrt{2}\,U_{tr\,eff}-U_{SCR}-U_F)I_{Fa}\qquad(9)$$

amellyel az energiamegtakarítás mértéke a szintetikus kapcsolásnál

$$Q=P_{L\,(\text{konvencionális})}/P_{L\,synt}=U_{Rp}/\sqrt{2}U_{tr\,eff}\qquad(10)$$

Ez 10 V_{eff} transzformátorfeszültség és $U_{Rp}=$ $=800$ V esetén 57-et ad. Az energiamegtakarítás tehát közel két nagyságrendnyi, és ez igazolja a szintetikus kapcsolások használatának létjogosultságát. A (10) kifejezés a 2*b* és 6. ábrák szerinti maximális periodikus csúcsáram vizsgálatra alkalmas szintetikus kapcsolás esetén is érvényes.

A tirisztor gate-vezérlő generátor félvezető kapcsolóáramköröket tartalmaz, bemenetét egy $90\div170°$ áramfolyási szög beállítására alkalmas fázistoló hídról tápláljuk, kimenetén a nagy zárófeszültséget az áramkörtől elválasztó impulzustranszformátort alkalmazunk. A tirisztor bekapcsolását kis α szögeknél is biztosítandó, a kimeneti transzformátort teljesítményfokozat vezérli, amelynek segítségével nagy, de még megengedhető teljesítményű gate gyújtóimpulzus állítható elő (lásd 1. Függelék).



6. ábra. A max. periodikus csúcsáramvizsgálatra szolgáló szintetikus kapcsolás egy eltérő formája, ahol a kioltó áramkör egy másik SCR_2 tirisztort és impulzustranszformátort tartalmaz

5. Szintetikus áramkörök a maximális periodikus csúcsáram élettartamvizsgálatára

A tárolókondenzátoros egyenirányító-kapcsolás üzemi viszonyait, ill. a 2*a* ábrán látható hullámformáit utánzó szintetikus kapcsolás egyik megoldása a 2*b* ábrán látható, amely a diódák periodikus csúcsáramvizsgálatára szolgál. A nyitóáramot a vezető hálózati félszinusz $\pi/2$ fázisú csúcsértékére szimmetrikusan Θ folyási félszöggel előbb és később be és ki kell kapcsolni. A $(\pi/2)$-Θ fázishelyzetű bekapcsolást a tirisztor gate-re adott rövid pozitív impulzussal ugyanúgy lehet végrehajtani, mint az 5. ábra szerinti átlagáramvizsgálónál, természetesen sokkal nagyobb időkéséssel. A tirisztor kikapcsolásához annak nyitóáramát meg kell szakítani. A 2*b* ábra kioltóköre a nyitóáramkörben sorosan elhelyezett emitterkövető lánc, amelynek utolsó fokozatában olcsó, nagyáramú, de kisfeszültségű ötvözött germánium teljesítménytranzisztorok alkalmazhatók. Ezt az emitterkövető láncot (EKL) kikapcsolva, annak néhány mA-es visszárama kisebb a tirisztor minimális tartóáramánál, így a tirisztor vezetése megszűnik és a nyitóáramkör megszakad. Az EKL-t 2 Θ folyásszögnek megfelelő hosszúságú ismétlődő kapuimpulzussal lehet vezérelni a 2*b* ábra szerint. Ennek a nyitóimpulzusnak kezdete egybeesik a tirisztort gyújtó gate-impulzus homlokával, amely egy tranzisztoros monostabil multivibrátort billent át.

Ez az elrendezés néhány száz A-es nyitóáram vezetésére és megszakítására alkalmas, ha $25\div50$ A terhelhetőségű parallel kapcsolt teljesítmény tranzisztorokat alkalmazunk az EKL utolsó fokozatában [1, 2], ahol az EKL zárlat elkerülésére az emittervezetékekben egyedi biztosítókat kell elhelyezni, és ezek bármelyikének kiégése esetén egy automata védőáramkör a tirisztor gate-impulzusgenerátort leállítja [7].

A kioltó áramkör egy másik formája, amely néhány száz A-t meghaladó nyitóáramok megszakítására szolgál — egy másik, SCR_2 kioltó tirisztor segítségével — a 6. ábrán látható. Olcsó, kisáramú és kisfeszültségű kioltó tirisztort alkalmazhatunk, ha a kioltókör impulzustranszformátor csatolású, az *áram* feltranszformálása céljából az egységnél jóval nagyobb n_1/n_2 áttételi viszonnyal. Az SCR_1 főtirisztor kioltásához rövid, de a „szabaddáválási időnél" hosszabb (pl. 100 μs-os), a fő nyitóárammal ellentétes irányú és azzal egyező vagy nagyobb I_{ext} áramlökés szükséges. A 6. ábrából kiolvashatóan az

$$U_{ext}\geqq(n_1/n_2)\sqrt{2}U_{tr\,eff}\qquad(11)$$

egyenlőtlenséget kell kielégíteni a C_{ext} kioltóköri tárolókondenzátoron feltöltött állapotban megjelenő U_{ext} feszültségnél [1, 2].

A kioltókörben levő töltőáramkör időállandója

$$R_c C_{ext} \cong 0{,}2 f_r, \qquad (12)$$

ahol f_r a hálózati frekvencia. A C_{ext} tárolókondenzátorra vonatkozóan

$$(n_1/n_2)^2 R_{tot} C_{ext} \geqq 10 t_r \qquad (13)$$

egyenlőtlenséget kell betartani, ahol t_r az SCR tirisztor „szabaddáválási ideje" (kb. $20 \div 50$ µs) és R_{tot} a főáramkörben levő ellenállások összege, amely az R terhelőellenállást, a nyitóáram- és kioltó transzformátorok szekunderbe redukált ohmos ellenállását és az $(U_{SCR1}+U_F)/I_{Fp}$ nem ohmos jellegű komponenst tartalmazza. A kioltó transzformátort a kis méret és súly elérése céljából mágnesesen orientált szalagmaggal célszerű megvalósítani, az elérhető legkisebb szórt induktivitással, így ez a transzformátor nagyon költséges.

A vizsgált diódák egyedi zárlatvédelmére használható egyedüli módszer a nyitó- és záróáramok szétválasztása a D_{sF} és D_{sR} segéddiódák által, minden egyes vizsgálóhelyen (mint a 2*b*, ill. 5*b* ábrákon), mivel a nyitóáram effektív és átlagértékeinek aránya itt $\pi/2$-nél sokkal nagyobb:

$$I_{Feff} \cong (\tau f_r)^{1/2} \cdot I_{Fp} = (\Theta/\pi)^{1/2} \cdot I_{Fp} = (\pi/\Theta)^{1/2} \cdot I_{Fa}, \qquad (14)$$

ha a nyitóáramimpulzusok τ időtartama kicsiny $1/f_r$ periódusidőhöz képest, ill. $(2\Theta/\pi) \ll 1$.

Probléma adódik a nagy nyitóáram-csúcs szinteknél szükséges nagyon rövid (<10 µs) be- és kikapcsolási idők miatt, hiszen a be- és kikapcsolásoknál a nyitóáram- (és a kioltó-) transzformátor elkerülhetetlen szórt induktivitása következtében a nyitóáramkörben erős oszcilláció („csengés") lép fel. Ezt úgy kerülhetjük meg, hogy nagy (elektrolit) C_T tárolókondenzátort kötünk parallel a nyitóáram-transzformátor szekunderjével, nagyáramú, kisfeszültségű D_T töltődiódán és kisértékű R_T töltőellenálláson keresztül, amellyel a nyitóáramkör az *aperiodikus határesetet* közelíti meg (2*b* és 6. ábrák). A nyitóáramimpulzus töltésének csak egy része ered a tárolókondenzátorból, míg a másik rész közvetlenül a transzformátorból folyik. R_T-re jellegzetes a 0,1 ohm körüli, míg C_T-re a néhány ezer µF körüli érték. Ez a probléma nem merül fel az 5. ábra szerinti átlagáramvizsgáló szintetikus kapcsolásoknál, ahol a nyitóáramszint a félperiódus legelején való bekapcsolákor még kicsi.

A zárófeszültség-hullámforma szintetizálása viszonylag egyszerű. A zárófeszültséget zérus értéken kell tartani a nyitóáramimpulzus alatt, valamint kevéssel előtte és utána is biztonsági okokból. A hullámforma így közel teljes szinuszhullám, a csúcsamplitúdójával közel egyenlő negatív egyenfeszültségre szuperponálva, és a pozitív csúcsok helyén a legnagyobb beállítható nyitóáramimpulzus-időnél valamivel nagyobb időtartam alatt vágva. Ahogy a 2*b* ábra mutatja, ezt az $U_{Rp}/2$ amplitúdóval egyenlő vagy annál kissé nagyobb csúcsértékű szekunder váltófeszültséggel lehet elérni, amelyet $U_{Rp}/2$-nél valamivel kisebb (pl. 0,45 U_{Rp}) negatív előfeszültségre szuperponálunk. Utóbbit egy hídkapcsolású pufferkondenzátoros egyenirányító állítja elő egy másik transzformátor-szekunderről. A zérus feszültségű *váll* hossza ezzel a negatív egyenfeszültséggel szabályozható. A biztonsági margók rövid időintervalluma a nyitóáramimpulzus előtt és után jelentőség nélküli, hiszen a vizsgált diódák hőidőállandója ezeknél általában sokkal nagyobb, de a nyitóáramfolyás utáni kis szünet a vizsgált diódák nagyrezisztivitású „*i*" zónájában tárolt töltés teljes rekombinációjára elégséges, így a rekombinációs áramtranziens nem lép fel.

6. Kivitelezett szintetikus kapcsolású dióda-élettartamvizsgáló berendezések

Mindegyik kifejlesztett berendezésben a zárófeszültség 100 V és 800 V csúcsértékek közt állítható be. A zárlatos és szakadt diódák egy beépített hibaindikátor segítségével gyorsan megtalálhatók, míg a vizsgálat dinamikus körülményei közt, beépített műszerekkel mérhető a nyitófeszültség, és egyes típusoknál (ahol az 5*b*, ill. 6. ábrák szerinti zárlatvédelmet alkalmazzuk) a záróáram csúcsértéke is.

Az átlagáram vizsgálat céljaira komplett berendezés sorozat szolgál diódáként 0,5—12 A-ig. Ezen belül két berendezés — mindegyik 100 vizsgálóhelylyel — 1 és 3 A max. átlagáram beállítására alkalmas. A kapcsolás az 5*a* ábra szerinti, az effektív nyitóárammal „előfeszített" egyedi zárlatvédő biztosítókkal. Egy harmadik berendezés pozíciónként max. 12 A átlagáramot szolgáltat és az 5*b* ábra kapcsolása szerinti 30 vizsgálóhelye van.

A periodikus csúcsáramvizsgálat céljaira szolgáló berendezés a 2*b* ábra szerinti kapcsolással a kapacitív terhelésű egyenirányító üzemet utánozva 100 db $0{,}5 \div 1$ A-es tv szilícium egyenirányító tartós terhelésére szolgál, vizsgálóhelyenként max 6 A csúcsáramamplitúdóval. Egy hasonló berendezés 100 db 3 A-es Si dióda vizsgálatához, vizsgálóhelyenként max 20 A csúcsárammal, a 6. ábra tirisztoros-transzformátoros kioltó áramkörével fejlesztés alatt áll. Ilyen periodikus csúcsáramvizsgáló szintetikus kapcsolásokat elsőként a szerző és munkacsoportja valósított meg.

A tárgykör részletesebb tárgyalása később fog megjelenni [7].

1. Függelék

A tirisztort vezérlő impulzusgenerátor

Az alapáramkört és jellegzetes hullámformáit a 7. ábra mutatja a védőáramkörök [7] feltüntetése nélkül. A T_1 első fokozat, egy négyszögesítő — vágó inverter, hálózati frekvenciájú négyszöghullámú kimenetet ad, míg szinuszos bemenete az R_1—R_p—C_p fázistoló hídról kap táplálást. A hálózati transzformátor szimmetrikus kettős szekunderjére kapcsolódó fázistoló híddal a tirisztor gyújtási fázishelyzete változtatható. A T_2 impulzusformáló fok egy rövid pozitív kimenő impulzust ad, az előző fokozat négyszöghulláma meredek negatív feszültségugrásának C_{b2}—R_{b2} hálózaton történő differenciálása útján. T_3 egy inverter, T_4—T_5 a kimeneti emitterkövető fokozat, amely ferritmagos impulzus-kimenőtranszformátort vezérel. Utóbbi szekunderje a nagy zárófeszültségre szigetelt.

A 2*b* ábra szerinti kioltó emitterkövető lánc vezérlésére monostabil multivibrátor szolgál (T_6—T_7), amelynek kioldása a T_1 tranzisztor kollektorán megjelenő meredek negatív feszültségugrással történik, irányválasztó diódán és differenciátoron keresztül. A nyitóáram-impulzus időtartamát, ill. 2Θ folyásszögét a monostabil kör átbillenési ideje határozza meg, amely a T_7 fokozat bázisellenállásával változtatható. A T_7 tranzisztor kollektorpontja szolgál kimenetül a kioltó emitterkövető lánc bemeneti bázisának vezérlésére a D_{c0} aranytűs diódán keresztül. Ha a $2\,\Theta$ tartamú negatív nyitóimpulzus nincs jelen, akkor az emitterkövető lánc a +16 V-os feszültségről egy ellenálláson át zárófeszültséget kap és D_{c0} nem vezet. A 6. ábra tirisztoros kioltó áramköre vezérlésére a T_7 kollektorán megjelenő eső (pozitívba menő) feszültségugrás szolgál egy, a D_{c0}-lal ellentétes polarizálású irányválasztó diódán és egy újabb differenciátor négypóluson keresztül egy T_2-höz hasonló n-p-n pulzusformáló fokozat bemenetére vezetve, amelynek kollektorellenállása a +16 V tápfeszültséghez kapcsolódik. Ezt egy direkt csatolt n-p-n inverter követi, amelynek kollektoráról vehető le az SCR_2 kioltó tirisztor gate elektródáját vezérlő rövid pozitív nyitóimpulzus.

A T_1 fokozattal soros újabb p-n-p tranzisztor (amelyet a 7. ábrán nem tüntettünk fel) állíthatja le a teljes impulzusgenerátor működését (beleértve a monostabil billenőkört is), ha annak bázisán megszűnik a T_1 kollektorához képest negatív „figyelő" feszültség, ha a 2*b* ábra emitterkövető láncának egyik tranzisztora zárlatos lesz vagy a soros emitterági biztosító kiolvad. Ugyanez a működés használható ki a (fő) tirisztor hűtési rendszerének hibásodásakor, amikor egy egyszerű termisztor használható, mint érzékelő elem, a (fő) tirisztor hűtőfelületéhez erősítve.

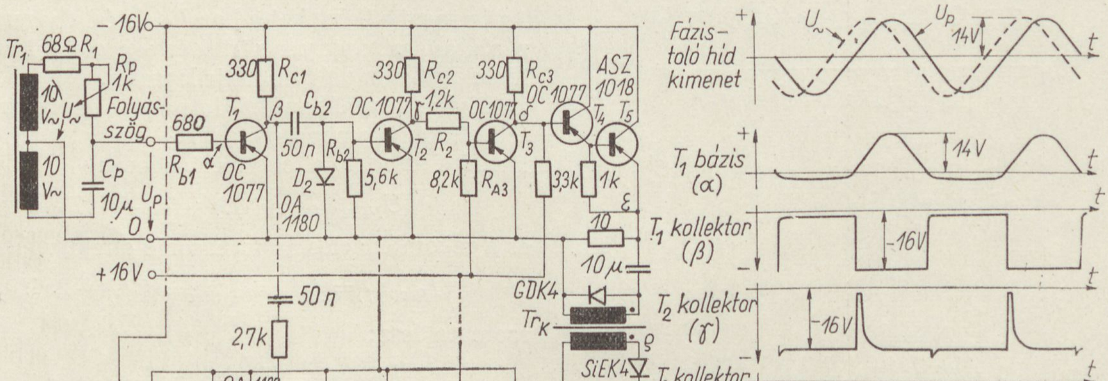
2. Függelék

A rekombinációs tranziens áramamplitúdójának és teljesítményének becslése

A nyitóáram t_s tárolási idő késéssel követi a nyitóirányú transzformátorfeszültséget, a dióda enyhén szennyezett (nagy rezisztivitású) rétegében tárolt kisebbségi hordozókból álló töltés miatt (8*c* ábra). Az ebben a zónában felépült tárolt töltés nagysága $Q_S \cong I_F\, t_S$, ahol a tárolási idő főleg a kisebbségi hordozók (a 8*a* ábra p^+-n-n^+ rendszerében a lyukak) $\tau_p = w^2/2D_p$ élettartamától függ. A tárolási idő és így a tárolt töltés nagysága tehát elsősorban a nagy rezisztivitású („*i*") zóna *w* szélességétől függ (D_p a lyukak diffúziós állandója), az egyéb anyagállandókon és a nyitóáramsűrűségen kívül. Korszerű nagyfeszültségű szilícium PIN egyenirányítóknál, ahol *w* közel egyenlő a kisebbségi hordozók átlagos $L_p \cong$ $\cong (D_p \tau_p)^{1/2}$ diffúziós úthosszával, a t_S tárolási idő jó közelítéssel τ_p-vel egyenlő a katalógusi I_{Fa} max. átlagáram szintje körül, és értéke $1 \div 10$ μs, típustól függően.

A tárolt töltés jelenléte miatt a transzformátorfeszültség π fázishelyzetű nulla-átmenete pillanatában véges nyitóáram folyik, amint azt a 8*c* és 8*d* ábrák mutatják:

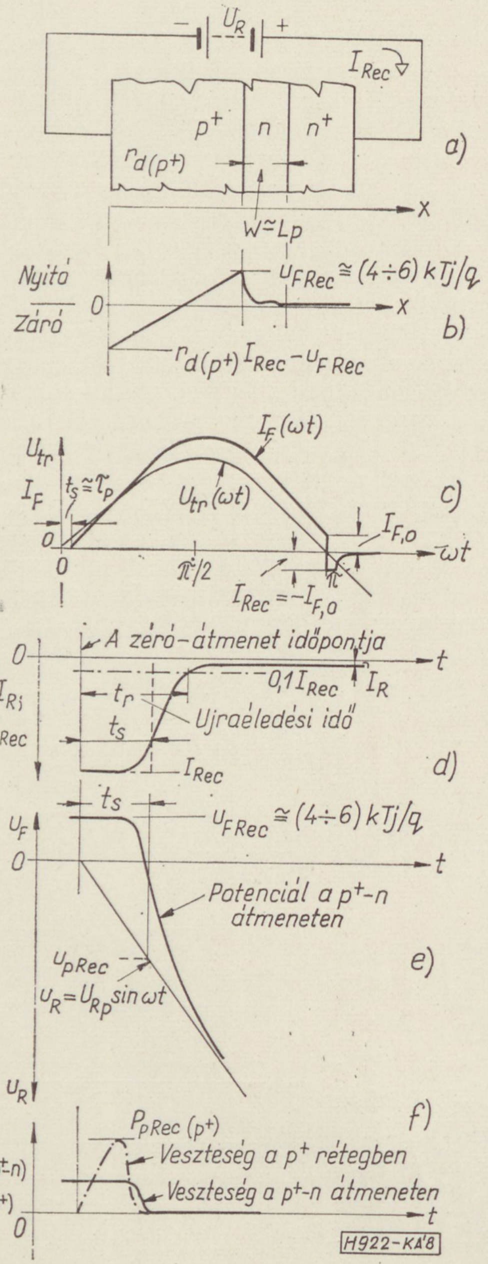
$$I_{F,0} = I_{Fp}\sin(\pi - 2\pi t_S f_r) = -\pi I_{Fa}\sin(2\pi t_S f_r) \cong$$
$$\cong -2\pi^2 t_S f_r I_{Fa} = -I_{p\,Rec}; \qquad (15)$$



7. *ábra.* A tirisztorgyújtást vezérlő impulzusgenerátor, ill. a kioltó EKL vezérlésére szolgáló monostabil billenőkör és jellegzetes hullámformái

amely a rekombinációs tranziens áramamplitúdója is egyúttal, negatív előjellel értve. A nyitóáram fáziskésése a transzformátorfeszültség mögött $2\pi t_S f_r$ radián, az f_r hálózati frekvencia (50 Hz) esetén nagyon kicsiny $\pi/2$-hez mérten, és így szinusza a radiánban kifejezett argumentummal egyezik meg. A tárolt töltés a nulla-átmenet pillanatában folyó $I_{F,0}$ áram és a t_S tárolási idő szorzataként adódik.

Gyakorlati számpéldával élve; 1 A max átlagáramú szilícium egyenirányitónál, 50 Hz-en és $t_S=1$ μs-mal



8. ábra. A rekombinációs tranziens feszültség- és áram-hullámformái: *a)* szilícium PIN egyenirányító struktúrája és *b)* tengelymenti potenciáleloszlás a tranziens alatt; a p^+-n átmeneten még nyitóirányú előfeszítés van, *c)* transzformátorfeszültség és a t_S idővel késő nyitóáram időfüggvényei, *d)* az áramtranziens időfüggvénye, *e)* U_R szinuszos zárófeszültség és az átmeneten eső feszültség a zárófélperiódus kezdetén, *f)* a tranziens aktív (folytonos vonal) és meddő teljesítménykomponenseinek (szaggatott vonal) időfüggvényei (utóbbi a függőleges irányban nem léptékhű)

a (15) kifejezés $I_{pRec}=1$ mA-t ad, míg hasonló adatokkal, de $t_S=10$ μs-nál 10 mA-t. Ezen értékek jellemzőek a közepes teljesítményű szilícium egyenirányítókra, és jól egyeznek a mérhető értékekkel. — A rekombinációs áramtranziens t_S időtartamú és I_{pRec} amplitúdójú négyszögimpulzussal közelíthető a 8*d* ábra szerint.

A tranziens teljesítményének közelítő, de fizikai alapjaiban helyes kiszámítása azért problematikus, mert a diódán eső feszültség (8*e* ábra) nincs fázisban a rajta átfolyó I_{pRec} rekombinációs árammal, hiszen az utóbbi a nagy rezisztivitású zónában tárolt töltés kisüléséből származik. A 8*e* ábra háromszög alakú $U_R\,(\omega t)$ feszültség-időfüggvényét összehasonlítva a 8*d* ábrán látható, a t_S idő alatt kb. konstans I_{pRec} árammal, ez nyilvánvaló, hisz kettőjük hányadosa komplex impedanciát és nem ohmos ellenállást adhat csak. Ezért a számításnál külön kell választanunk a p^+-n átmeneten, ill. az ohmos p^+ hozzávezetési zónában fellépő aktív és meddő teljesítményeket. A 8*b* ábrából láthatóan a diódára kapcsolt záróirányú feszültség ellenére a zárófélperiódus elején a p^+-n átmeneten nyitófeszültség van mindaddig, míg a nagy rezisztivitású zónában tárolt töltés a t_S idő alatt rekombináció által el nem tűnik. A p^+ zónában ugyanekkor egy konstans potenciálgradiensű $U_R—U_{FRec}$ feszültségesés jelenik meg a hozzávezetési ellenálláson, amely nincs fázisban az árammal.

A p^+-n átmeneten fellépő aktív teljesítményveszteséget számítva először, a meleg átmeneten eső nyitófeszültség

$$U_{FRec} \cong (4\div 6)(kT_j/q) = 0{,}15 \div 0{,}24 \text{ V}, \qquad (16)$$

mivel az átmeneten folyó I_{pRec} rekombinációs áram az előbbiek szerint mA nagyságrendben van, és a diódaegyenletnek megfelelően

$$U_{FRec} \cong (kT_j/q)\cdot \ln\,(I_{pRec}/I_s). \qquad (17)$$

Az ln tag $4\div 6$ értéket ad az I_s telítési (hőgerjesztési) záróáram néhány μA körüli értéke esetén, amely az ilyen szilíciumdiódáknál jellegzetes. Így a nagyrezisztivitású zónában hő formájában elvesző aktív teljesítménykomponens a (16) egyenlet teljes ciklusidőre átlagolt effektív értékének:

$$U_{FRec(eff)} \cong (t_S f_r)^{1/2}\cdot(4\div 6)(kT_j/q) \qquad (18)$$

és a rekombinációs áram hasonló effektív értékének:

$$I_{Rec(eff)} = (t_S f_r)^{1/2}\cdot I_{pRec} = (t_S f_r)^{3/2}\cdot 2\pi^2 I_{Fa} \qquad (19)$$

szorzata lesz:

$$P_{Rec(p^+\text{-}n)} \cong U_{FRec(eff)}\cdot I_{Rec(eff)} = $$
$$= (80\div 120)(t_S f_r)^2\cdot(kT_j I_{Fa}/q) \qquad (20)$$

amely a közepes 100 szorzótényezővel, továbbá $t_S=1$ μS-mal $I_{Fa\,\max}=1$ A-es diódánál ($I_{pRec}=1$ mA-nek megfelelően) kb. 10^{-8} W, míg ugyanilyen adatokkal, de $t_S=10$ μs-mal ($I_{pRec}=10$ mA) kb. 10^{-6} W teljesítményt ad. Az ilyen kis teljesítménynek pedig teljeséggel elhanyagolhatók a W nagyságrendű nyitó- és záróirányú veszteségek mellett.

A másik wattos komponens az effektív rekombinációs áram négyzetének és a p^+ zóna $r_{d(p+)}$ hozzávezetési (ohmos) ellenállásának szorzatából adódik.

Az utóbbi maximálisan 1/2 ohm lehet kellően jó struktúrájú 1 A-es egyenirányítónál. Így

$$P_{Rec(p^+)} \cong 4\pi^4 (t_S f_r)^3 \cdot I_{Fa}^2 \cdot r_{d(p^+)}; \qquad (21)$$

a (19) összefüggés felhasználásával; amely $I_{Fa}=1$ A-nál, $t_S=1$ µs-mal és $r_{d(p^+)}=0{,}5$ ohmmal kb. $25 \cdot 10^{-12}$ W, míg ugyanilyen adatokkal, de $t_S=10$ µs-mal $25 \cdot 10^{-9}$ W nagyon kis teljesítményeket ad, melyek még $P_{Rec(p^+ -n)}$-hez képest is elhanyagolhatók, nem is említve P_{dF} és P_{dR} veszteségi teljesítményeket.

Végül is becsüljük meg a rekombinációs tranziens meddő teljesítményét. Ez a t_S tárolási idő alatti háromszög alakú $U_R(\omega t)$ zárófeszültség időfüggvény effektív értékének és a (19) egyenlet szerinti effektív rekombinációs áramfüggvénynek szorzata lesz. A nulla-átmenet időpontját $t=0$-nak véve, a zárófeszültség szinuszhullámának 0 és t_S közötti háromszögletű szakaszát négyzetesen integrálva:

$$U_{R\,Rec(eff)} = \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi t_S f_r} U_{Rp}^2 \cdot \sin^2 \omega t \, d(\omega t)\right]^{1/2} =$$

$$= \frac{U_{Rp}}{2} \left\{ \frac{1}{\pi} \left[\omega t - \frac{\sin 2\omega t}{2} \right]^{2\pi t_S f_r} \right\}^{1/2} = \qquad (22)$$

$$= \frac{U_{Rp}}{2} \left\{ \frac{1}{\pi} \left[2\pi t_S f_r - \frac{\sin 4\pi t_S f_r}{2} \right] \right\}_0^{1/2},$$

amely egy nagyon kicsiny mennyiség, hiszen a szögletes zárójelben levő különbség is rendkívül kicsinynek adódik, tekintettel az 50 Hz hálózati frekvenciánál rendkívül kicsiny, $10^{-4} \div 10^{-3}$ nagyságrendű $2\pi t_S f_r$ radiánra, amely a szinuszával legalábbis az ötödik jegyig megegyező. Így nem tehetünk mást, mint a különbség két tagját legalábbis 7 jegy pontossággal írjuk fel és a sinust sorbafejtéssel határozzuk meg 7 jegy pontossággal, a

$$\sin x = x - (x^3/3!) + (x^5/5!) \mp \ldots$$

alapján, ahol az első két tag figyelembevétele elégséges. Számpéldával élve, legyen $U_{Rp}=1000$ V és $t_S=10$ µs, tehát $t_S f_r = 5 \cdot 10^{-4}$. Így a szögletes zárójelben $3{,}141593 \cdot 10^{-3} - (6{,}2831450/2) \cdot 10^{-3} \cong 2{,}05 \cdot 10^{-8}$ adódik, amellyel (22) kb. $4 \cdot 10^{-2}$ V-ot ad, és így a tranziens meddő teljesítménye, a (19) és (22) kifejezések szorzataként (a példa szerinti 1 A-es diódánál)

$$P_{Rec\,\text{meddő}} = U_{R\,Rec(eff)} \cdot (t_S f_r)^{3/2} \cdot 2\pi^2 I_{Fa} \cong$$
$$\cong 2{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ VA}, \qquad (23)$$

tehát a meddő teljesítmény mintegy húszszorosa az aktívnak.

A fenti becslések célja mindössze annak bizonyítása, hogy a rekombinációs áramtranziens okozta hőgeneráció (és így az abból eredő hibásodás) teljességgel elhanyagolható a nyitó- és záróirányú teljesítményveszteségek hatásaihoz képest.

3. Függelék

Max. átlagáramú és max. periodikus csúcsáramú élettartamvizsgálatok összehasonlítása és adatlapi határértékek meghatározása

Jogosan fölmerül a kérdés, vajon van-e gyakorlati különbség a max. átlagáram, ill. max. periodikus csúcsáram vizsgálatoknál adódó megbízhatósági mutatók között, ha a termikus igénybevétel különben azonos. A különbséget bizonyítandó, azonos típusú és gyártásidejű szilícium egyenirányítók két csoportját vetettük alá e kétféle vizsgálatnak, ügyelve arra, hogy mind az effektív nyitóáram, mind a csúcszárófeszültség azonos legyen a kétféle vizsgálatnál, és így a nyitó-, ill. záróirányú veszteségi teljesítmények is azonosak legyenek [a (4), ill. (6) összefüggés szerint]. A kétfajta vizsgálatnál adódó különbség a hibásodási arány értékében így csak a periodikus csúcsáramvizsgálat lényegesen nagyobb nyitóáramszintjének tudható be, amely az összes a szokásosnál nagyobb nyitófeszültségesést okozó struktúrahiba hatását súlyozottan hozza napvilágra.

Két hasonló, de eltérő technológiájú szilícium egyenirányító típust vizsgáltunk:

a) egy *ötvözött* típust $I_{Fa\,\max}=0{,}6$ A (hűtőfelület nélkül, $T_a=45$ °C), $I_{Fp\,\max}=5$ A és $U_{Rp\,\max}=600$ V határadatokkal, amelynek 0,6 A-nál 1,5 V a max. megengedett nyitófeszültsége;

b) egy *diffundált* átmenetű, haladottabb technológiájú típust, amelynek határadatai 50 °C-on $I_{Fa\,\max}=1$ A (hűtőfelület nélkül), $I_{Fp\,\max}=10$ A és $U_{Rp\,\max}=600$ V, végül $U_{F\,\max}=1$ V, 1 A-nál.

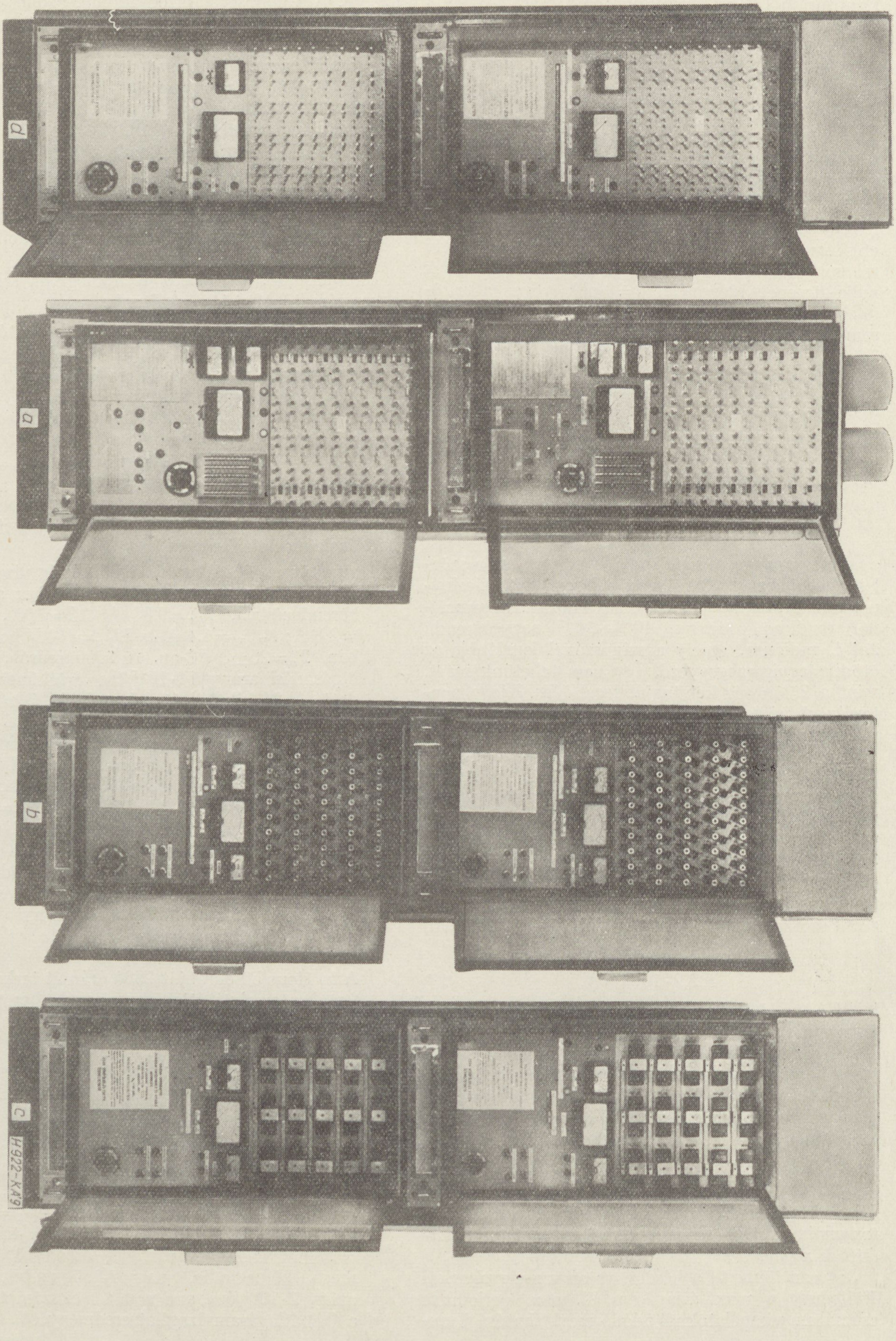
A vizsgált munkapontok és eredmények (mindkét vizsgálat enyhén forszírozott kb. 3—5 gyorsítási tényezőnek megfelelően):

a1) az *a)* típus 100 darabját 2000 óráig vizsgáltuk max. átlagáram terheléssel a 9*a* ábra szerinti berendezésben, $I_{Fa}=0{,}85$ A, $2\Theta=160°$, $I_{Fp}=2{,}8$ A; $I_{F\,eff}=1{,}4$ A és $U_{Rp}=400$ V beállításban $T_a=25 \pm 3$ °C-on. A 2000 órára átlagolt hibásodási arány $14 \cdot 10^{-5}$/óra értékűnek adódott. A 24 hibából 11 hőmegfutás, 3 zárlat, a többi túl nagy záróáram.

a2) Szintén 100 db-ot vizsgáltunk 2000 óráig periodikus csúcsáramra a 9*c* ábra szerinti berendezésben az *a)* típusból, a következő beállításban: $I_{Fp}=5{,}1$ A, $2\ \Theta=27°$ vagy $\tau f_r=\Theta/\pi=0{,}075$; amely a (14) összefüggés alapján megfelel $I_{F\ eff}=1{,}4$ A-nek és $I_{Fa}=0{,}382$ A-nek, végül $U_{Rp}=400$ V, $T_a=25 \pm 3$ °C. Az adódó 63 hibásodás — javarészük hőmegfutás és nagy I_R — $31{,}5 \cdot 10^{-5}$/óra hibásodási arányt jelent, amely kb. *háromszor nagyobb, mint az átlagáram vizsgálat eredménye.*

b1) A *b)* típus 50 darabját 2500 órán át terheltük a 9*a* ábra szerinti átlagáramvizsgáló berendezésben, $T_a=25 \pm 3$ °C-on és $U_{Rp}=400$ V-on, a következő adatokkal:
$I_{Fa}=1{,}2$ A, $2\,\Theta=170°$, $I_{Fp}=3{,}8$ A és $I_{F\,eff}=1{,}9$ A. Három dióda hibásodott meg, 1 zárlat, 2 nagy I_R, így a hibásodási arány $2{,}4 \cdot 10^{-5}$/óra kb. ötödrésze az *a)* típusénak.

b2) A *b)* típus másik 50 darabját 2000 órás periodikus csúcsáram vizsgálatnak vetettük alá, $I_{Fp}=7$ A, $2\ \Theta=26{,}6°=0{,}465$ radián, ill. $\Theta/\pi=0{,}074$ adatokkal (megfelelően $I_{F\,eff}=1{,}9$ A-nek és $I_{Fa}=0{,}52$ A-nek), $U_{Rp}=400$ V-tal, $T_a=25 \pm 3$ °C-on. Csupán két dióda hibásodott meg (1 hőmegfutás, 1 nagy I_R), így a hibásodási arány $2 \cdot 10^{-5}$/óra, ami nem tér el számottevően a (*b*1) átlagáramvizsgálat eredményétől.



9. ábra. Kivitelezett dióda élettartamvizsgálók: *a)* 100 vizsgálóhelyes átlagáramterhelő berendezés 1 A-es egyenirányítókhoz, *b)* ugyanaz, de a 3 A-es diódákhoz, *c)* 30 vizsgálóhelyes átlagáramterhelő berendezés 12 A-es egyenirányítókhoz, *d)* periodikus csúcsáramvizsgáló 100 db 1 A-es tv-diódához, vizsgálóhelyenként 6 A max csúcsárammal. A zárófeszültség csúcsértéke az összes berendezésben 800 V-ig állítható

A vizsgálatok tanulságait az alábbiakban foglalhatjuk össze:

(I) Azonos (elektromos és környezeti) vizsgálati körülmények között (azonos $I_{F\,eff}$ és U_{Rp}) a periodikus csúcsáramvizsgálat lényegesen szigorúbb, mivel a csúcsáramszint és így a nyitófeszültség nagyobb.

(II) A két módszer hibásodási arányaiban mutatkozó különbség annál nagyobb, minél gyengébb technológiájú az eszköz. Másképpen megvilágítva, a hibásodási arány kiugróan nagyobb lesz a periodikus csúcsáramvizsgálatkor olyan egyenirányító típusnál, amelynek súlyos struktúrahibák (pl. a p^+, ill. n^+ rétegek túl nagy hozzávezetési ellenállása, ill. az „i" réteg túl nagy szélessége) következtében szokatlanul nagy nyitófeszültségesése van nagy nyitóáramszinteken.

(III) Kapacitív bemenetű szűrővel ellátott hálózati egyenirányítók céljaira tervezett diódákat (pl. tv-egyenirányítók) elégséges csak periodikus csúcsáramra vizsgálni, míg általános rendeltetésű típusokat mindkét módszerrel, hiszen egyik nem pótolja a másikat. Utóbbi esetben az előállító által kibocsájtott határadatok akkor helyesek, ha a két vizsgálati módszerből (azonos effektív nyitóáram és azonos zárófeszültség, tehát azonos disszipáció, ill. termikus igénybevétel esetén) adódó hibásodási arányok, azonos vizsgálati időre értve nem térnek el lényegesen egymástól, és ezenfelül értékük megfelel az előállító által garantált vagy megtartani kívánt minőségi szintnek.

IRODALOM

1. *Kemény, A.:* Thermal Resistance Measurements on Semiconductor Power Rectifiers, etc. Symp. on Test Methods and Measurements of Semicond. Dev., Budapest, 1967. Apr. 25—28. Vol. 2. pp. 406—1/406—18.
2. *Dr. Kemény Á.:* Félvezető teljesítmény-egyenirányítók hőellenállásmérése és a struktúrahibák összefüggése a mért értékekkel. Mérés és Automatika, XV. évf. (1967) 9. sz. 343—349. old.
3. *Missen, J. I.:* A Method Testing and Establishing the Rating of Semiconductor Diodes Under Dynamic Conditions. I.E.E. Monograph, 1958. aug.
4. *Randolph, G.:* An Equipment for High Power Rectifier Evaluation. Semicond. Prod. 1961. márc.
5. *Mair, B. A.:* „Cheater" Life Test Circuits. Component Technology (a Plessey publ.) Vol. 2. No. 4. p. 22. 1967. Jan.
6. *Dr. Kemény Á.:* HIKI Elektronikus Laboratórium kutatási jelentései. VII. sz. 1965. nov. és XIII. sz. 1967. júni.
7. *Kemény, A. P.:* Long Term Life Test of Semiconductor Power Rectifiers with Energy Sparing Syinthetic Circuits. (Később jelenik meg.)

Tartalmi összefoglalások

ETO 621.372.54.001.2:681.3.06

Herendi M.:

Polinomszűrők tervezése lineáris programozással

HÍRADÁSTECHNIKA XX. (1969) 1. sz.

A cikk tervezési eljárást ismertet, amely a kapcsolási elemek adott kezdeti értékeiből kiindulva egy reaktáns lánckapcsolású polinomszűrő iterációs optimalizálását végzi. Az áteresztőrész csebisevi karakterisztikájú, előírható súlyozással. Ez egyes iterációk folyamán az elemértékek javításához szükséges adatokat lineáris programozási feladat megoldása adja.
A számítógéppel végzett számítások az eljárás gyorsaságát és pontosságát igazolják.

ETO 621.372.2.001.24

Trón T.:

Általános hálózatanalízis az állapotváltozók segítségével

HÍRADÁSTECHNIKA XX. (1969) 1. sz.

A dolgozat összefoglaló képet nyújt a ma már egyre nagyobb tért hódító állapotváltozós hálózatanalízis általános módszeréről. Először megvilágítja az állapotváltozók fogalmát, majd a segítségükkel felírható állapotegyenletet ismerteti. Megmutatja az állapotegyenlet felírásának módszeres javítását, útját a hálózat elemeinek és topológiájának szétválasztásával. Értelmezi a levezetés során bevezetett segédmátrixokat, majd egy példa kapcsán illusztrálja a módszer használatát. Bemutatja az állapotegyenlet felírásának általánosítását aktív, időben változó paraméterű és nem lineáris hálózatokra. A dolgozat vége röviden utal az állapotváltozók egyéb alkalmazási területeire.

ETO 621.314.63.001.4

Dr. Kemény Á.:

Félvezető egyenirányítók élettartam vizsgálata energiatakarékos szintetikus áramkörökkel

HÍRADÁSTECHNIKA XX. (1969) 1. sz.

Félvezető teljesítmény egyenirányítók tömegszerű megbízhatóság vizsgálatára az egyetlen gazdaságos megoldás a szintetikus egyenirányító-kapcsolások alkalmazása, ahol a nyitó és záró félperiódusok elektronikusan vezérelt kapcsolóval pl. tirisztorral vannak szétválasztva és így kisfeszültségű, nagy nyitóáramot adó, ill. kisáramú, nagy zárófeszültséget szolgáltató transzformátorok használhatók fel. Ily módon az energiaigény 1—2 nagyságrenddel csökkenthető. A módszer a maximális átlagnyitóáram és a maximális periodikus csúcsáram vizsgálatoknál egyaránt alkalmazható.

Обобщения

ДК 621.372.54.001.2:681.3.06

М. Херенди:

Проектирование полиномиальних фильтров с линейным программированием

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) XX. (1969) № 1

Показывается метод проектирования, который — исходя из начальных величин элементов схемы — исполняет итерацией оптимализацию полиномиального фильтра цепочечной схемы реактивностей. Полосапропускания имеет характеристику Чебышева, с специфицированным взветиванием. В течение отдельных итераций данные необходи- мые для улучшения величин элементов определяются решением задачи линейного программирования.
Расчёты вычислительной машиной доказывают скорость и точность метода.

ДК 621.372.2.001.24

Т. Трон:

Общий анализ сетей с помощью переменных состояния

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) XX. (1969) № 1

Статья даёт обозрение об обшей методе анализа сетей с переменными состояния, выиграющей всё более пространство. В первую очередь выясняется понятие переменных состояния, потом даётся уравнение состояния, выводенное с помощью этих. Показывается метод написания уравнения состояния разделением элементов и топологии сети. Толковаются вспомогательные матрицы примененные по поводу расчёта, потом показывается применение метода примером. Обобщается выражение уравнения состояния для сетей имеюшие активные, нелинейные и переменные по времени элементы. Кратко упомянуты другие области применения переменных состояния.

ДК 621.314.63.001.4

Др. А. Кемень:

Испытание долговечности полупроводниковых выпрямителей с синтетичными цепями экономной энергии

HÍRADÁSTECHNIKA (ХИРАДАШТЕХНИКА, Будапешт) XX. (1969) № 1

Для массового испытания надёжности полупроводниковых выпрямителей мощности является единственным экономным решением применение синтетичных выпрямительных схем, в которых открывающие и закрывающие полупериоды разделены переключателем с электронным управлением, на пример тиристором и таким образом трансформаторы создающие большой ток при низком напряжении, а малой ток при высоком запирающем напряжении могут быть использованы. Таким образом потребление энергии уменьшается в 1—2 порядке величин. Метод может быть применен одинакого к испытаниям максимального среднего открывающего тока и максимального периодического пикового тока.

Zusammenfassungen

DK 621.372.54.001.2:681.3.06

M. Herendi:

Entwurf von Polynomfiltern mit linearer Optimierung

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XX. (1969) Nr 1.

In dem Artikel wird ein Verfahren erörtert, welches von den gegebenen Anfangswerten der Schaltelemente herausgehend die Optimierung durch Iteration eines Polinomfilters mit reaktiver Kettenschaltung durchführt. Der Durchlassbereich hat Tschebyscheff'schen Charakter mit einer vorgeschriebenen Bewertung. Während der einzelnen Iterationen werden die Angaben die zur Verbesserung der Elementwerte notwendig sind durch die Lösung einer Optimierungsaufgabe gegeben. Die durch Rechenmaschinen ausgeführten Berechnungen beweisen die Geschwindigkeit und Genauigkeit des Verfahrens.

DK 621.372.2.001.24

T. Trón:

Allgemeine Netzanalyse mit Hilfe der Zustandsvariablen

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XX. (1969) Nr 1.

In dem Artikel wird die zur Zeit sich immer mehr verbreitende Methode der Netzanalyse mit Zustandsvariablen gegeben. Zuerst werden die Begriffe der Zustandsvariablen erklärt, ferner die mit ihrer Hilfe abgeleitete Zustandsgleichung erörtert. Die methodische Art der Ableitung der Zustandsgleichung durch die Trennung der Elemente und Topologie des Netzes wird geschildert. Die während der Ableitung eingeführten Hilfsmatrizen werden erklärt und die Anwendung der Methode durch einen Beispiel illustriert. Die Verallgemeinerung der Ableitung der Zustandsgleichung für aktive, nichtlineare Netze, sowie Netze mit in der Zeit veränderlichen Parametern wird beschrieben. Das Ende des Artikel weist kurz auf die sonstige Anwendungsgebiete der Zustandsvariablen hin.

DK 621.314.63.001.4

Dr. Á. Kemény:

Lebensdauerprüfung der Halbleitergleichrichter mit energiesparsamen synthetischen Stromkreisen

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XX. (1969) Nr 1

Die einzige ökonomische Lösung für die massartige Zuverlässigkeitsprüfung der Halbleiterleistungsdiode ist die Anwendung der synthetischen Gleichrichterschaltungen, wo die Durchlass- und Sperrhalbperioden mit elektronisch gesteuerter Schalter, z.B. Thyristor getrennt sind und daher Niederspannungstransformatoren, welche grosse Durchlass-ströme geben, bzw. niederstromige Tranformatoren welche hohe Sperrspannung geben, verwenden kann. So kann der Energieverbrauch mit 1—2 Grössenordnungen verringert werden. Diese Methode kann ebenso bei den Prüfungen der maximalen Mittelwerde der Durchlass-ströme und der maximalen periodischen Spitzenstrom angewendet swerden.

Summaries

UDC 621.372.54.001.2:681.3.06

M. Herendi:

Design of Polynomial Filters by Linear Programming

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XX. (1969) No 1.

A design procedure is presented which makes the optimization by iteration of a reactive ladder type polynomial filter on the basis of the given initial values of the circuit elements. The pass-band is of Chebyshev characteristic with a prescribed weighting. In the course of individual iterations the data necessary for the improvement of element values are given by the solution of a linear programming task. The calculations made by computers prove the quickness and accuracy of the prodecure.

UDC 621.372.2.001.24

T. Trón:

General Network Analysis by State Variables

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XX. (1969) No 1.

The paper gives a summarized review of the general method of the network analysis by state variables spreading more and more at present. First it elucidates the concept of the state variables and further presents the state equation derived by their aid. It shows the methodical way of the derivation of the state equation by separating the elements and topology of the network. It explains the auxiliary matrixes introduced in the course of derivation and illustrates the use of the method by an example. It presents the generalization of the derivation of the state equation for active networks, networks with time variable parameters and non-linear networks. The end of the paper refers briefly to other fields of application of the state variables.

UDC 621.314.63.001.4

Dr. Á. Kemény:

Life Testsing of Semiconductor Rectifiers with Energy Sparing Synthetic Circuits

HÍRADÁSTECHNIKA XX. (1969) No 1

For the mass reliability test of semiconductor power rectifier diodes the only economic solution is the application of the synthetic rectifier circuits, where the forward and reverse half periods are separated by electronically controlled switches e.g. thyristors and consequently transformers giving low voltage at high forward current and low current at high inverse voltage can be applied. This way the energy demand can be reduced by 1—2 orders of magnitude. The method can be applied both to the tests of the maximum average forward current and the maximum periodical peak current.

Résumés

CDU 621.372.54.001.2:681.3.06

M. Herendi:

Projet des filtres polynomiques avec programmation linéaire

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XX. (1969) No 1.

L'article expose une méthode de projet, par laquelle départant des valeurs initiales des éléments de circuit-l'optimalisation par itération d'un filtre polynomique à réseau récurrent réactif est faite. La bande passante est d'une caractéristique de Tchébicheff, et peut être préscrit avec pondération. Les dates nécessaires pour la correction des valeurs des éléments au cours des itérations singulaires sont données comme la solution d'une tâche de programmation linéaire.
Les calculs executés par un calculateur électronique vérifient l'éxactitude et vitesse de la méthode.

CDU 621.372.2.001.24

T. Trón:

Analyse générale des réseaux à l'aide des variables d'état

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XX. (1969) No 1.

L'étude donne un résumé sur la méthode générale de l'analyse des réseaux à l'aide des variables d'état envahissant de plus en plus de domaines. Au commencement le concept des variables d'état est érclairci, ensuite l'équatation d'état déscrite à l'aide de ceux est exposée. La méthode de déduction de l'équatation d'état par la séparation des éléments et topologie du réseau est présentée. Les matrices auxiliaires introduites au cours de la déduction sont interprétées et l'utilisation de la méthode est illustrée par un exemple. La généralisation de la déduction de l'équation d'état pour réseaux actifs, variables dans le temps et nonlinéaires est présentée. Enfin quelques autres domaines d'utilisation des variables d'état sont brièvement indiqués.

CDU 621.314.63.001.4

Dr. Á. Kemény:

Essais de la durée de vie des redresseurs à sémiconducteurs par circuits synthétiques économisant l'énergie

HÍRADÁSTECHNIKA (Budapest) XX. (1969) No 1

Pour les essais en masse de la fiabilité des redresseurs a sémiconducteurs de puissance la seule solution économique est l'application des schémas des redresseurs synthétiques, dans lesquels les demipériodes d'ouverture et de fermeture sont séparées par des commutateurs contrôlés électroniquement, par exemple thyristors. C'est pourquoi des transformateurs fournissant des courants d'ouverture forts aux tensions basses et courants faibles aux tensions hautes inverses peuvent être appliqués. De cette manière la consommation d'énergie peut être réduite par 1—2 ordres de grandeur. La méthode est applicable également pour des essais de courants d'ouverture moyens maximaux et de courants de crête périodiques maximaux.

A HTE 1969. február havi rendezvényei

Összeállította: VALKÓ PÉTERNÉ

Az előadások helye: TECHNIKA HÁZA, Budapest, V., Szabadság tér 17. III. 376.

1969. február	SZAKOSZTÁLY	ELŐADÁS
3. hétfő 16.30 óra	Környezetállósági Szakosztály (volt: Klimatizációs csoport) Elnök: **Schmidt János**	*Schmidt János* (BHG) Beszámoló a Csehszlovák Tudományos Akadémia környezetállósági konferenciájáról
4. kedd 16 óra	Rádió- és TV Szakosztály Elnök: **Makó Zoltán**	*Kiss Ferenc* (Elektroimpex) Zürich FERA Rádió és TV kiállítás
6. csütörtök 16 óra	Alkatrész Szakosztály Elnök: **Dr. Katona János**	*Fehérváry János* (Videoton). Ajka Rétegpotencióméterek
12. szerda 16.30 óra	Átviteltechnikai Szakosztály Elnök: **Lajkó Sándor**	*Lajkó Sándor* (Telefongyár) Beszámoló a CCITT Mar del Platában tartott Átviteltechnikai Tanulmányi Bizottság üléseiről
18. kedd 15 óra	Félvezető eszközök és integrált áramkörök Szakosztály Titkár: **Kocsis Miklós**	*Dr. Kemény Ádám* (HIKI) Közepes teljesítményű szilícium egyenirányítók megbízhatósági vizsgálati módszerei és eredményei. Szintetikus (energiatakarékos) módszerek szilícium diódák ohmos terhelésű és kapacitív szűrőbemenetű egyenirányító kapcsolásokban való vizsgálatára. A konvencionális és a szintetikus módszerek energia viszonyai és hullámformái. A rekombinációs tranziens energiája és hatása a degradációra. „Különválasztott" nyitott- és záróirányú vizsgálatok és összehasonlításuk a szintetikus vizsgálatok eredményeivel. Lökőáram vizsgálatok. Jellegzetes vizsgálati eredmények.
19. szerda 15 óra	Konstrukció Szakosztály Elnök: **Dr. Almássy György**	*Nádas Tibor* (Híradástechnikai Szabványosítási Központ) Szabványosítás az új gazdasági mechanizmusban, és szerepe a híradástechnikai konstrukciós tevékenységben.
21. péntek 16 óra	Alkatrész Szakosztály Elnök: **Dr. Katona János** Alapanyag Szakosztály Elnök: **Dr. Pataky Balázs**	*Dr. Katona János* (HIKI) és *Dr. Pataky Balázs* (Vaskút) Beszámoló a „3 Int. Tagung Febr. MIKROELEKTRONIK"-ról és az „Electronica" nemzetközi híradástechnikai alkatrészkiállításról.
25—28-ig	Külkereskedelmi Szakosztály Elnök: **Czeglédy György**	MICROBOX-AUSTRIA kiállítás Rajzok és iratok mikrofilmes irattározása. Bemutatásra kerülnek: Apeco elektrosztatikus iratsokszorosító. Mikrofilm Fotostat — mikrofilmes berendezés iratanyag rögzítésére, a hozzá szükséges olvasó és előhívó berendezésekkel. Mikrobox berendezés — rajzok filmen történő rögzítése, sokszorosítása és irattározása. Proti Mikrofilm — olvasó készülék. Megnyitó előtt még külön értesítést küldünk.
27. csütörtök 17 óra	Vákuumtechnikai Szakosztály **Dr. Erdélyi János**	*Oldal Endre* (EIVRT) Beszámoló az 1968. évi Manchesteri Vákuum Kongresszusról. *Barla Endre* (TKI) Beszámoló az 1968. évi KGST szakértői tanácskozásról az V.T.T témakörben. (Ultravákuum eszközök).